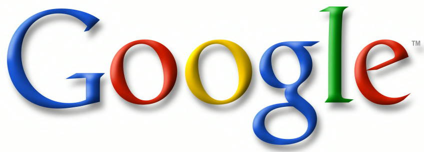


A uso del P. michelAngelo da Imola Pred.[ra] Cappuccino con licenza de Sup.[ri] applicato e di poterlo lcuare occorrendogli l'Anno 1701.

# ARITMETICA PRATTICA

Composta dal molto R. P.

CHRISTOFORO CLAVIO

BAMBERGENSE

Della Compagnia di Giesù,

*Et tradotta dal Latino in Italiano dal Sig.*

LORENZO CASTELLANO

Patritio Romano.

*Reuista dal medesimo P. CLAVIO con alcune aggiunte.*








IN VENETIA, M.DC.LXXXVI.

Presso Steffano Curti.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

# ARITMETICA
# PRATTICA

CHRISTOFORO CLAVIO

BAMBERGENSE

Tradotta dalla Lingua Latina in Italiano dal Sig.

LORENZO CASTELLANO



IN VENETIA, M.DC.LXXVI.

Presso Steffano Curti.
CON LICENZA DE' SVPERIORI.



# AL LETTORE.



Ncorche la cognitione di tutte le cose Matematiche mi diletti sommamente, nondimeno prendo gusto particolare, & piacere incredibile dell'Arimetica. & cio auuiene; non solo per vna certa sua eccellenza & dignità; ma ancora, perche senza l'Aritmetica, come io mi persuado, nissuna scienza, come ne disse di dir Platone, nè la stessa compagnia, e adunanza de gl'huomini si può conseruare: imperoche occore ogni giorno nelle facende, & ne' traffichi, con i quali quasi si mantiene l'amicitia, & congiuntione de gl'huomini, che bisogna, dare, & domandar conto del riceuuto, & dello speso; far bilanci; diuidere vn numero vgualmente, ò disugualmente in più parti, seruando però vna certa proportione; far diuerse ragioni, nelle quali cose non è manco dannose, che vituperoso, l'ingannar altri, che restar ingannato. onde benche troppo audacemente, fù però ben detto da Platone, che chi leuasse dal mondo l'Aritmetica, leuarebbe insieme ancora, & ogni prudenza, & ogni humanità; non si potendo conuersare senza quella nè le cose publiche, nè le priuate, anzi tutte l'altre scienze sono fondate nell'Aritmetica, che non pare che questa possa cadere senza che quelle della sua rouina non restino grauemente dannificate, & guaste. Perche nè l'Astrologo, nè li Geometra farà al Mondo probabili le sue speculationi, che habbino non solo le verità, ma ancora il diletto congiunto con l'vtile se non hauerà bene impressa nell'animo la natura di tutti i numeri. Imperoche per ogni piccolo errore, che faccia nel computare, vedrà grandissima rouina dell'altre cose. Et per questo il Principe de gl'ingegni Platone voleua, che questa fusse, come prima porta di tutte l'altre dottrine, non solo perche quelle senza i numeri sono niente; ma

ancora perche nel trattar de' numeri s'abbellisce l'animo, & si prepara à riceuere i semi di tutte l'altre scienze. Inuaghitomi dunque della bellezza di questa scienza, già tutto mi diedi ad inuestigare la natura di tutti i numeri per potere, come l'hauesse bene intesa, & capita con l'intelletto, illustrarla poi con le lettere, & ridurre li precetti dell'Aritmetica, & le regole dell'Algebra, (cosa non da tutti ben intesa) de' quali à pena trouerai cosa più bella, ò più nobile al Mondo, à certi capi, & più facili demostrationi, à fin che ogn'vno l'intendesse, & se gli facesse familiari. Cosa veramente bella, ma di molta fatica, & di molto tempo. Hora mentre vò riuedendo, & cerco di limare, & ripolire quest'Opera, cominciai à mettere insieme per mio vso in vn libretto separatamente tutte quelle cose, che in varij Libri haueuo trouate sparse per hauerle alla mano, & per dichiararle a' miei Auditori. Perche gl'Auttori che fin quì hanno trattato dell'Aritmetica, ò con la moltitudine de' precetti hanno messo ogni cosa in confusione, ò con la breuità l'hanno di sorte fatta oscura, (in che non intendo però di far pregiuditio ad alcuno) ch'in questa scienza i principianti à pena trouano chi poter seguir per loro maestro, ò loro guida. Di questo libretto, essendo non sò come vscito dalle mie, & venuto in mani d'altri, fui pregato strettamente da persone d'autorità di far parte à molti, mostrandomi, che sarebbe vtile assai, & caro à tutti li studenti; & particolarmente à quelli, che frequentano le nostre Scole: all'vtilità de' quali il non voler prouedere, non è cosa da huomo, che habbia dedicato se stesso, & ciò che hà, alla gloria di Dio, & al beneficio, & commodo del prossimo. Onde persuaso, & mosso dalle preghiere, & dall'autorità di questi, hò deliberato mandar fuora il presente libretto, qual desidero (Lettore) che ti piaccia riceuere con quell'animo, co'l quale io lo dò, & che d'esso ti serui, fin che venga in luce quell'altra maggior Opera, che piacendo à Dio spero sia per esser in breue. Stà sano.

# TAVOLA

## Dei Capi di questa Aritmetica.

DEL

# DEL MODO DI NVMERARE

## Li Numeri intieri.

### CAPITOLO PRIMO.

IL numerare è vn disporre, & ordinare qualunque numero proposto co i proprij caratteri, & figure; Et anco è vn'esprimere la valuta di qual si voglia numero co i proprij caratteri disposto, & ordinato. *Che cosa sia numerare.*

Et per rappresentare tutti i numeri, vsano gli Aritmetici dieci caratteri, ò vero figure, cioè: *Dieci figure di numeri.*

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Delle quali figure le prime noue si domandano significatiue; perche ogn'vna di loro significa tante vnità, quante contiene il luogo, che ella nel proposto ordine tiene. Come per essempio, questa figura 6. significa sei vnita, perche è posta nel sesto luogo, & così di tutte l'altre. Ma la decima, per vltima, & per se stessa niente significa, & si domanda cifra, ò zero: accresce però il significato, & il valore dell'altre figure, come da quel che seguirà, sarà manifesto.

In qual si voglia numero, che si scriue con più figure, tanti sono li luoghi, quãte sono le figure, ò siano significatiue, ò nò: & il primo luogo, ò vero figura, è quella, ch'è l'vltima verso la parte destra *Quanti luoghi siano in qual si voglia nu.*

*Prima, & vlt'figura in qual si vogliannumero qual sia.*

*L'ordine de' luoghi in qual si voglia numero perche si cominci dalla banda destra caminando verso la finistra.*

*Che significhi ciascuna figura in qual si voglia luogo posta.*

*Le figure in qual si voglia numero nell'ordine loro si auanzano in proportione decupla.*

& il secondo luogo, ò vero secondo la figura è quella, che gl'è più vicina, seguendo verso la banda sinistra: talche quel luogo, ò vero figura si dirà esser l'vltima, che sarà prima nella banda sinistra. Come qui 4352. la prima figura è & l'vltima è 4. Ma se ciascuna di queste figure separatamente rappresenterà vn numero, & in questo modo. 4. 3. 5. 2. la prima figura 4. & l'vltima 2. La causa perche l'ordine de i luoghi, & delle figure in qual si voglia numero si cominci dalla banda destra, caminando verso la sinistra, è perche dicono li Aritmetici esser stata ritrouata da' Fenici, quali vsano di scriuere dalla banda destra verso la sinistra, secondo il costume de gl'Hebrei, Arabi, & Caldei.

Ciascuna figura posta nel primo luogo, rappresenta semplicemente se stessa; nel secondo luogo significa se stessa dieci volte; nel terzo cēto volte; nel quarto mille volte; nel quinto dieci mila volte; nel sesto cento mila volte, & così seguendo in infinito; Di maniera, che i luoghi ne l'ordine loro si superano l'vn l'altro in proportione decupla, cioè, il primo è superato dal secondo dieci volte, & così il secondo dal terzo, il terzo dal quarto &c. Come qui 34567. la prima figura, cioè 7. significa solamente sette vnità; la seconda ch'è 6. sessanta vnità, cioè, dieci volte sei; la terza, che è 5. cinquecento vnità, cioè, cento volte cinque; la quarta, che è 4. quattromila vnità, cioè, mille volte quattro; la quinta, che è 3. trentamila vnità, cioè, diecimila volte tre. Si che tutto quel numero s'hauerà da proferire in questo modo: trentaquattromila, cinquecento, sessanta, sette.

Nel

Nel medesimo modo si potrà proferire qual si voglia altro numero, se diligentemente si considerarà, quante volte ciascuna figura posta in diuersi luoghi significhi se stessa.

Ma per facilitare la numeratione, sarà bene diuidere il numero in membri, in questo modo. Si ponga vn ponto sopra la prima figura da man destra, & doppo andando verso la sinistra, & lasciate due figure, pongasi vn'altro ponto sopra la figura, che segue, posta nel quarto luogo. Et così per ordine lasciando sempre due figure senza ponti, scriuasi vn ponto sopra quella che segue, come qui sotto vedrai. *che si habbia da osseruare per facilitare il numerare.*

4 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 8 0 0

Perche ciascuna figura sotto qual si voglia ponto con le due altre innanzi a lei verso la parte sinistra, constituisce vn membro; Talche ogni membro sia di tre figure, eccetto l'vltimo membro verso la parte sinistra, che alcuna volta può hauere vna figura sola, cioè, posta sotto'l ponto come auuerebbe nel proposto essempio di cinque membri compartito, se li togliese via l'vltima figura, che è 4. Et alcuna volta il medesimo membro, ne può hauer due sole figure, come nel proposto essempio. Questi ponti si potranno anco porre di sotto'l numero haueranno il medesimo effetto.

Fatto questo, per esprimere ciaschedun numero, basta esprimere separatamente ogni membro da per se, del quale la prima figura significa vni-

tà, la seconda decine d'vnità, & la terza cētinaia; Ma doppo la prononciatione di qual si voglia membro, si debbe aggiongere questa voce (Mille) tante volte, quanti membri seguitan quello che si pronontia. Di modo però, che la prima volta si dica migliaio, ò miglia, & dipoi sempre si dica migliaia, come hor hora sentirai.

Quel membro, che è l'vltimo verso la parte sinistra, è il primo ad esser proferito: & quello che è prima dalla parte destra, è l'vltimo; Così adunque si hà da proferire il num. poco fà proposto.

Il primo membro, che è quarantadue, si pronuntiarà così: quarantadue migliaia di migliaia di migliaia di migliaia: talche questa voce (migliaia) si senta quatro volte per amor delli quattro membri, che seguono quel che è proferito.

Il secondo membro, cioè 329. così, trecento vintinoue migliaia di migliaia di migliaia.

Il terzo membro, che è 089. così ottantanoue migliaia di migliaia.

Il quarto membro, che è 562. così, cinquecento sessantadue migliaia.

Il quinto membro finalmente, cioè 800. così, ottocento.

Ci si renderà ancora più facile la numeratione se in luogo del ponto si porrà 0. & 1. in luogo del secondo, & 2. luogo del terzo, & 3. in luogo del quarto, & così in infinito: si come si vede nell'istesso essempio qui sotto.

4 3 2 1 0
42329089562800

Imperò che in questa maniera facilmente s'intende quante volte la voce [Mille] s'habbia à

por-

porre nel proferire di ciascun membro: Douendosi porre tante volte quante vnità si contengono nella figura posta sopra il membro, che si deue proferire.

Hora se secōdo il costume d'Italia vorremo vn migliaio di migliaia chiamare millione, con manco parole, & forse più significantemente, esprimeremo qual si voglia num. proposto, diuidendolo in maggiori membri, in questo modo. Sopra la prima figura da man destra, si ponga o. & dipoi lasciate cinque figure di mezzo; sopra la seguente figura, che tiene il settimo luogo, si pōga 1. & dopò questa, lasciate di nuouo cinque figure, si ponga 2. sopra la figura, che occupa il terzo decimo luogo, & così successiuamente lasciate sempre cinque figure si ponga 3.4.5.&c. Si come quì nell'essempio medesimo si vede fatto.

2 1 0
4232908956280O

Ciaschedun membro contiene sei figure, (eccetto l'vltimo, che ne può hauer vna, due, tre, quattro ò cinque solamente) le quali tutte insieme si hanno da proferire, & doppo la prolatione di qual si voglia membro, si deue aggiongere tante volte la voce millione, quante sono l'vnità, che si contengono nella figura posta sopra il mēbro. La prima volta però si dica millione, ò millioni, & dipoi sempre si dica di millioni: Et acciò ciascun membro più facilmente si proferisca, mettasi vn ponto sotto la quarta figura di quello, il quale significarà in quel luogo esser le migliaia.

Adunque l'essempio proposto di sopra in questo modo s'hauerà da proferire: Quarantadue

mil-

millioni di millioni, trecento vintinoue migliaia di millioni, ottantanoue millioni, cinquecento sessantadue migliaia, & ottocento.

## DEL MODO DI AGGIONGERE, ò sommare li numeri intieri insieme. Cap. II.

*L'aggiongere, ò sommare, che cosa sia.*

L'Aggiongere, ò sommare è raccorre due, ouero più numeri in vna somma.

*Li numeri che si sommano, in che modo si hanno da collocare.*

Li numeri che s'hanno da sommare insieme, si hanno da porre di tal maniera, che l'vno posto sotto l'altro le prime figure rispondino trà di loro, & così le seconde, le terze, le quarte, &c. di modo, che il mancamento d'esse, se pur vi sarà qualche numero, si veda dalla banda sinistra come dire questi numeri da sommarsi, s'hanno da da porre, come quì apparisce.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 710654 | | | |
| 8907 | | | |
| 56789 | 8 | X | 8 |
| 880 | | | |
| 777030 | | | |

Et tirata di poi vna linea sotto li numeri, che si deuono sommare, si raccorranno prima tutte le prime figure trà di loro, & il numero prodotto, se si potrà scriuere con vna sola figura, si porrà dissotto della linea, & sotto le prime figure: ma se si dourà scriuere il prodotto con due figure, si porrà la prima di quelle, & l'altra si serbarà per aggiongerla alle seconde figure, che si doueranno sommare trà loro. Doppo questo nel medesimo

mo modo si raccolgono le seconde figure, aggiõtoui prima quella, che era riseruata (se però alcuna è riseruata,) & così delle terze, quarte, & l'altre. Ma se da dalla raccolta dell'vltime figure si comporrà vn numero, che s'habbia da scriuere cõ due figure, si doueranno all'hora mettere tutte due sotto la linea, sẽza riseruatione alcuna per essere finita tutta la raccolta da farsi. Come per essempio. Nelle prime figure delli proposti num. 0. & 9. fanno noue, aggiongo 7. & fò 16. aggiõgo quattro, & fò 20. Pongo dunque sotto le prime figure il 0. & riserbo 2. Dapoi nelle seconde figure del 2. che hauemo riserbato; & 8. si fanno 10. aggiongo 8. & si fanno 18. & aggiongo 0. & pur si fanno 18. aggiõgo 5. & si fanno 23. Pongo dũq; 3. sotto le seconde figure, & riserbo 2. Doppo questo vò alle terze figure, doue del due che m'ero riserbato, & 8. fò 10. & aggiongo 7. & fò 17. aggiongo 9. & fò 26. aggiongo 6. & fò 32. Pongo dunque 2. sotto le terze figure, & riserbo 3. Di nuouo nelle quarte figure del 3. che io haueuo riserbato, & 6. si fà 9. & aggiongo 8. & si fa 17. aggiongo 0. & si fà pur 17. Pongo dunque 7. sotto le quarte figure, & riserbo 1. che aggiongo alle quinte figure, & fò 7. & pongo 7. sotto le quinte figure, & non riserbo niente. Vltimamente perche nell'vltimo luogo si ritroua sola questa figura 7. la pongo sotto la linea, & viene ad esser finita la somma. Et sicome noi habbiamo raccolto le figure de i numeri, che s'hanno à sõmare insieme, da giù in sù, ascendendo; così ancora si potranno raccorre in vna somma, cominciando dalla parte superiore descendendo à basso.

*Che cosa si habbi à fare, quãdo dalle figure d'un luogo si raccoglie un numero à*

Et quando per auentura dalla raccolta delle figure d'vn luogo crescesse vn numero, che si douerà scriuere con tre figure, la prima figura si metterà sotto quel luogo, & l'altre due si douerãno aggiongere alle due figure de seguẽti luoghi, cioè, la prima di quelle alle figure del più propinquo luogo, & la seconda alle figure dell'altro luogo: ò vero si deue aggiongiere alle figure del sequente luogo: il num. espresso da quelle due figure riserbate, come in questo essempio si vedrà. Doue perche dalle prime figure si fà questo numero 102. si scriuerà la prima figura 2. sotto il primo luogo, & la seconda 0. s'aggiongerà alle figure del secondo luogo, & la figura terza 1. alle figure del terzo luogo, ouero tutto il num. riserbato 10. si aggiongerà alle figure del secõdo luogo, acciò si possa raccorre il num. 15. del quale la figura 5. si porrà sotto il secondo luogo, & la figura 1. s'aggiõgerà alle figure del terzo luogo. Impercioche nell'vno, & l'altro modo, sẽpre si raccorà il medesimo nu. Questo essempio si vedi esser prouato per la pruoua del 9. della quale hora parlaremo.

| |
|---|
| 6008 |
| 5009 |
| 4009 |
| 308 |
| 239 |
| 168 |
| 108 |
| 309 |
| 4128 |
| 3009 |
| 209 |
| 308 |
| 29752 |

*Che si deue fare quando molti numeri sono da raccor.*

Ma farai molto bene, se quando saranno molti numeri da raccorre, gli distribuirai in più ordini, & raccorrai la soma di ciascun ordine da perse. Perche se finalmente raccorai insieme tutte que-

queste somme hauerai la soma raccolta da tutti li n. dati & fuggirai la molestia, che occorre necessariamente in tante figure da raccorre in vna soma.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6008 | 308 | 108 | 3009 |
| 5009 | 230 | 309 | 209 |
| 4009 | 108 | 4128 | 308 |
| 15026 | 646 | 4545 | 3526 |

Come se diuiderai il prossimo essẽpio in quattro ordini, e le sõme di ciascuno 15026.646.4545 3526 riducerai in vna, farai la soma 23752. la medesima che prima haueui raccolta, come qui vedi. Et è chiaro non poterʃi questo secondo modo così facilmente errare, come nel primo; perche in questo non si raccolgano tante figure insieme, quante in quello.

| |
|---|
| 15026 |
| 646 |
| 4545 |
| 3626 |
| 23752 |

Sogliono gli Aritmetici, doppo che hanno finito di fare la raccolta delle figure, farne la proua, si come fanno anco di tutte le altre operationi, per conoscere se è fatta bene, ò nò. Il che in quattro modi si può fare nella operatione del sommare. Prima col gettar via tutti li 9. in questo modo. Si leuino via li 9. di tutti li numeri, che si sono sommati insieme quante volte si può, & quel che resta, si ponga a parte. Dipoi dalla somma raccolta si leui via ancor li noue quante volte si può, & quel che resta noti. Perche se questo auanzo è vguale all'altro auanzo, che prima era restato, benissimo sarà fatta la somma: ma essendo ineguale, non sarà ben fatta, onde bisognerà rifarla di nuouo, acciò l'error si corregga. Con tu vedi nell'essempio primo di sopra essere auan-

*Prima proua del raccorre per la regola del 9.*

auanzato il numero 8. doppo di hauer leuati tutti li 9. tanto di tutti li numeri, che s'hanno sommati insieme, quanto dalla somma raccolta; il qual numero 8. collocato in vna certa Croce fatta a questo effetto.

*In che modo da qual si voglia numero si leuano facilmente li 9. quante volte si può.*

Ma accioche facilmente si leuino via li 9. basta che le figure de i numeri come se tutte occupassero il primo luogo, si raccolghino trà loro, & subito, che la somma arriua al 9. ò, che passa il 9. di maniera, che si scriue con due figure si leuino 9. Il che facilissimamente si farà, se quelle due figure si raccolghino insieme. Imperoche la somma sarà quello che auanza, doppo d'hauer buttato via il 9. Dipoi questo auanzo, ò somma delle due figure, si raccolga con la seguente figura nel medesimo modo, &c. Perche il numero 9. hà questa mirabile proprietà, che se si raccolghino le figure di qualsivoglia numero insieme, & dalla somma si caui il 9. ouero quando questa somma si scriue con due figure, quelle due figure si raccolghino in vna somma, tanto resti, ouero si componga, quanto restaria, se si gittasse via il 9. di tutto il numero tante volte, quante si può. Come dire, se da questo numero 38. si leuarà 9. quante volte si potrà, che sarà quattro volte resterà 2. essendo che quattro volte 9. faccino 36. & si dirai 3. & 8. (pigliando le figure separatamente del medesimo numero 38.) fanno 11. & ne leui, noue, ouero dirai, vno, & vno, fanno due. (pigliando ancora separatamente le figure di questo numero vndeci poco fà composto) hauerà il medesimo numero due, che prima rimase. Così ancora se da questo numero 41. si leueranno

*Mirabile proprietà del 9.*

no li noue quante volte si potrà, che sarà quattro volte restarà 5. & se dirai, di 4. & vno (pigliando separatamente le figure del num. quarant'vno, ) si fa anco 5. Finalmente se dal numer. 78. leuarai noue quante volte si potrà, cioè otto volte, restarà 6. & se dirai 7. & 8. fanno 15. & ne leui 9. dal 15. ouero dirai 1. & 5. fanno 6. hauerai tanto, quanto prima rimase. Et la medesima ragione vale in tutti gli altri numeri.

Dunque accioche tù veda, come si deue fare la proua del sommare, ne faremo esperienza nel primo essempio in questo modo.

| | | |
|---|---|---|
| 710654 | | |
| 8907 | | |
| 56789 | 8 X 8 | |
| 880 | | |
| 777230 | | |

7. & 1. fanno otto, aggiongendo 6. si fanno quattordici, cioè (leuato il 9.) 5. perche 1. & 4. fanno 5. che restarebbono sei di 14. si cauasse il 9. come s'è detto. Aggiongendo 5. à quel 5. si fanno 10. cioè 1. aggiongo 4. & fò 5. aggiongo 8. & fò 13. cioè 4. aggiongo 7. (lasciando il noue, il quale sempre si lascia, & non s'aggionge, deuonsi tornare dipoi à leuare) & fò 11. cioè 2. aggiongo 5. & fò 7. aggiongo 6. & fò 13. cioè 4. aggiõgo 7. & fò 11. cioè 2. aggiongo 8. & fò 10. cioè aggiongo 8. (lasciando il 9. di mezzo, come s'è detto) & fò 9. cioè 0. perche li 9. s' hanno da buttar via. Et restano 8. li quali pongo in vna parte della cruce. Similmente nella somma prodotta di 7. & 7. si fa 14. cioè 5. aggiongo 7. & fò 12. cioè 3. aggiongo

2. & fò 5. Et vltimamente aggiongo 3. & fò 8. come prima, che pongo nell' oppolta parte della croce: acciò apparisca l' vgualità de' numeri, che sono restati, doppo hauer leuato via li 9.

*La proua del 9 è fallace, & perche è fallace.*

Ma perche con questa regola non si leuano li 9. quante volte realmente si può; ma solamente per la detta proprietà del numero noue si troua il numero, che restaria, se tutti li 9. si leuassero via: Di quì è, che questa proua del noue è fallace come apparisce nell' essempio quì posto, perche la somma raccolta è falsa, & niētedimeno la proua fatta per il 9. mostra che è ben fatta,

```
25 | 7
30   3
-----
64   1        1 X 1
```

conciosia, che nell'vna, & nell' altra parte auanzi l'vnità. Che se si leuaranno li 9. quante volte si potrà, subito apparirà la falsità della detta somma; perche più volte si leua il noue dalla sōma, che dalli numeri sōmati. Però che in questa sōma, che 64. ci si contiene il 9. sette volte, & ne auanza 1. imperoche 7. volte 9. fa 63. Ma nel nu. 24. si contiene il 6. tre volte, & auanza 7. che pōgo dalla parte destra; & nel 30. ci si contiene il 9. tre volte, & auanzano 3. che pur noto dalla parte destra, talche dalli numeri sommati si caua il 9. cinque volte, & auanzano 7. & 3. nelle quali figure ci si contiene il 9. ancora vna volta, & auanza 1. Talche veramente dalli numeri aggionti si sarà leuato solamente sei volte il 9. & dalla somma raccolta sette volte. Onde non è marauiglia, che la somma sia falsa, ancorche

sem-

sempre vi sia auanzata l'vnità. Ma la somma vera sarebbe 55. nella quale si contiene il 9. sei volte, & auanza 1. si come nelli numeri sommati.

Nel medesimo modo s'alcuno doppo la somma giustamente raccolta trasponesse alcune figure, ouero interponesse alle figure della somma, ouero delli numeri sommati insieme, questa figura 9. ouero 0. quante volte vorrà, ouero queste due 7.2. ouero 6.3. ouero 4.5. ouero 8.1. sempre la proua mostrarebbe la somma esser ben fatta, il che pur non è vero. Perche da poi che questa operatione del sommare sarà fatta bene con la sua proua, & alcuno per malitia permutasse la somma così 1565. restarebbe ancora la proua nella sua forza, & niête dimeno la sôma non sarebbe vera.

| | | |
|---|---|---|
| 1425 | | |
| 230 | | |
| 1655 | 8 X | 8 |

Il medesimo sarebbe s'alcuno mutasse l'ordine delle figure ne i numeri, che si sommano insieme, ouero interponesse questa figura 9. ouero 0. come qui apparisce.

| | | |
|---|---|---|
| 14925 | | |
| 230 | | |
| 17234 | 8 X | 8 |

Essendo vero questo domanderà meritamente alcuno, perche adunque gli Aritmetici vsano questa proua del 9. Al quale si rispôde, che se bene per inganno, & malitia questa proua riesce falsa, si come chiaramente si vede negli essempij di sopra, nientedimeno non senza ragione gli sa- *Perche s'usi dell'Aritmetici la proua del 9. essendo che sia fallace.*

uij Aritmetici la vsano:perche niuno ( che non voglia errare a posta)commetterà tal errore,che questa proua habbia luogo;ma solamente errarà dal giusto d'vna,ò di due vnità. Di sorte che all'hora facilmente questa proua mostrerà esserui errore, & questo douersi corregere la operatione del sommare. Perche chi sarà così pazzo, che raccolga quella vltima somma dalli due primi nnmeri? Finalmente se artificiosamente non s'acconciano li numeri in modo, che buttati via li 9. sempre resti il medesimo difficilmenre, ò molto di rado auuerrà, che questa proua riesca bene. eccetto quando non s'hauerà fatto errore nel raccore de i numeri.

*Seconda proua del raccorre la regola dei 7.*

In vn'altro modo si fa la proua col gettar via li 7. in questa maniera. Si leuino li 7. da tutti li numeri,che si sono aggionti insieme,quante volte si può, & quel che auanza, si ponga da parte in vna banda della croce: Dipoi della somma raccolta ancora si leuino li 7. quante volte si può & quel che auanza, si ponga nell'altra parre della croce. Perche se questo auanzo sarà eguale a quell'altro primo, la raccolta delli numeri sarà fatta bene ma; se sarà inegvale non bene. Ma li 7. si deuono leuare da ogni vno delli numeri,che si sommano insieme,separatamente, & li residui si deuono porre dalla parte destra di quelli, & da detti residui in vna somma raccolti, si deue ancora leuare li 7. & quest'vltimo auanzo si deue porre in vna parte della croce. Ma non si hanno da leuar li 7. nel medesimo modo, che habbiamo detto del 9. non hauendo questo numero 7. la proprietà, che hà il 9. ma si deuono

*In che modo si habbino da leuare via.*

no pigliare le due prime figure dalla parte sinistra, come se la prima d'esse significasse decine, & l'altra vnità, pur che la prima sia minore del 7. (perche se fosse 7. ò maggior di 7. bisognarebbe leuar il 7. di quella sola) & da quel numero che significaranno dette due figure, si hà da leuar il 7. quante volte si può, & pigliare l'auanzo per le decine, & a quello aggiongere la figura seguente per vnità., & da questo numero espresso dal detto auanzo, & dalla figura seguente di nuouo si deue cauar il 7. quante volte si può, & così di mano in mano. Come per essempio, del numero 2379. così si cauaranno li 7. Dal 23. se si leuarà tre volte il 7. resterà 2. & se dal 27. (perche la figura 2. auanzata, & la figura 7. che segue, constituiscono questo numero 27.) si leuarà tre volte il 7. resterà 6. & finalmente se da 69. (ch'è il num. che si constituisce dalla figura 6. auanzata, & dalla figura 9. che segue) si leuerà il 7. quãte volte si può, cioè, noue volte, restarà 6. che ancor restarebbe, se si fossero leuati tutti li 7. dal detto num. Nel medesimo modo da questo num. 783. così si leuaranno li 7. se dal 8. (perche il 7. si lascia, com'è stato detto, & dal 8. si leua il 7.) si caua 7. resta 1. Di nuouo se dal 13. si caua 7. resta 6. così di tutti gl'altri.

li 7. da qual si voglia num.

| | |
|---|---|
| 7106540 | 0 |
| 8907 | 2 |
| 56789 | 5 |
| 880 | 5 |
| 7772301 | |

6 X 6

Di modo, che faremo la proua dell'essempio posto di sopra in questa maniera.

Lasciata la figura 7. se dal 10. si leuano li 7. resta 3. & se dal 36. si leuano li 7. resta 1. & leuati li 7. dal 15. resta 1. & finalmente leuati li 7. dal 14. rimane 0. la qual figura pōgo dalla parte destra del primo numer. tirata prima vna linea, che distingua li numeri, che si sono sommati insieme, dalle figure che si deuono porre dalla parte loro destra. Dipoi nel secondo numer. leuato il 7. dal 8. resta 1. & leuati li 7. dal 19. riman 5. & leuati li 7. dal 50. resta 1. & vltimamente leuati li 7. dal 17. rimane 3. che pongo dalla parte destra. Di nuouo nel terzo numero leuati li 7. dal 56. rimane 0. Doppo lasciata la figura 7. & leuato il 7. dal 8. rimane 1. Et finalmente leuati li 7. dal 19. rimane 5. che scriuo dalla banda destra. Et finalmente nel quarto numero, leuato li 7. dal 8. rimane 1. & leuati li 7. dal 18. rimane 4. & leuati li 7. dal 40. rimane 5. che pongo dalla parte destra. Et perche 5. 5. 3. & 0. fanno 13. dal qual numero se si leuerà il 7. rimane 6. pongo 6. in vna parte della croce. Ma da questi auanzi più facilmente si leuarà il 7. se dirà 5. & 5. fanno 10. leuato 7. rimane 3. aggiongo 3. fa 6. come di sopra è stato detto nella proua del leuare il 9. Finalmēte nella sōma, lasciati da parte li 7. 7. 7. se dal 23. si leuarà il 7. quante volte si può, rimane 2. & se del 20. si leuaranno li 7. rimane 6. che pongo dall'altra parte della croce.

*La proua del 7. è fallace, ma non tāto quāto quella del 9. & perche.*

Ma si come la proua per il 9. è fallace, si come si è detto; così anco questa per il 7. si troua vitiosa, perche non consideriamo, se tante volte habbiamo

biamo leuato il sette dalli numeri summati, quãte volte dalla somma raccolta: mà solamente, se si troua il medesimo auanzo nell'vna, & l'altra parte. Nondimeno nõ senza ragione da gl'Aritmetici vien vsata questa proua, come l'altra del 9. per la causa vsata già detta, Perche se alcuno nõ traspone li numeri per malitia a pena si trouarà, ò rade volte il medesimo residuo nell'vna, & l'altra parte, se la raccolta non sarà ben fatta. Et molto più di rado auerrà questo nella proua del sette, in quella del noue; perche non così semplicemente, & alla grossa si leuano via li sette, come si fà de'noue; ma si vsa non sò che artificio di più. Talche non tanto facilmente può alcuno ingannare vn'altro, ò d'esser ingannato.

```
203 0
134 1
----
344    X
```

In questo essempio quì posto la sõma non stà bene, & pur la proua per il 7. mostra che sia ben fatta.

Essendo tutte due queste proue, che si fanno per il noue, & per il sette fallaci, se vuoi esser certo, & sicuro di non hauer fallato nel sommare, fà tutte due le proue. Perche gran caso sarebbe, che essendo la sõma falsa, tutte due le proue riuscissero, come l'esperiẽza ti mostrerà. Et questo voglio, che s'intenda ancora nell'operationi seguẽti, cioè nel sottrarre moltiplicare, & partire.

*Certezza che l'operatione sia ben fatta sarà se tutte due le proue per 9. & per 7. riescano.*

Questa tauola quì posta insegna, da quali numeri li sette leuati lascino nulla, ouero 0. accioche si renda più facile la proua per il 7. a coloro, che ne i numeri sono poco essercitati. L'vso della

```
 7——0
14——0
21——0
28——0
```

quale è questo. Se'l numero scritto con due figure, dal quale si deue cauare il sette, si troua in questa tauola, niente resterà dopo leuati li sette, come li zeri, che sono all'incontro de i numeri di questa tauola, dimostrano, ma se non si troua il numero posto in questa tauola, s'hauerà da pigliare il numero minore a questo più vicino. Peroche la differenza tra questo, & quello proposto restarà, doppo che saranno leuati li sette. Come se il numero proposto sarà 69. si douerà pigliare il numer. 63. nella tauola, che differisce da 69. in 6. vnità Leuati adunque li 7. da 69. rimane 6. Così ancora se'l proposto numero sarà 37. si pigliarà nella tauola il numero 35. il quale è superato dal 37. in due vnità. Leuati dunque li 7. dal 37. rimane 2. & così di tutti gl'altri.

| | |
|---|---|
| 35 | 0 |
| 42 | 0 |
| 49 | 0 |
| 56 | 0 |
| 63 | 0 |

*Terza proua del raccorre per la regola del raccorre.*

Terzo, sogliono gl'Aritmetici fare la proua della somma fatta così. Se la raccolta fatta de i numeri è stata cominciata dalle figure da basso, seguitãdo verso le superiori, essi la rifanno cominciando al cõtrario da quelle di sopra all'in giù, & così all'incontro. Et se nel secondo modo si troua esser raccolta la medesima sõma, che nel primo, non è dubbio, che la somma stà ben fatta: perche pare, che sia quasi incredibile, che se nel primo modo fosse fatto qualche errore, il medesimo riuscisse anco nell'altro, essendo state raccolte in vn'altra maniera le figure de i numeri in quest' vltimo modo, che nel primo. Percioche se forse hauerò errato nell'aggiongere queste figure 5. 2. 9. dicendo 5. & 2. fanno 7. aggiongendoui 9. fan-

no

no 16. nõ così facilmente cascarò nel medesimo errore a raccorli al contrario, dicendo 9.& 2. fanno 11. aggiongo 5. & fò 16. perche viene in qualche modo a variarsi l'operatione.

Si può questa proua, che si fa sommando li numeri in altro modo, ancora fare così. Diuidinsi li numeri, che s'hanno da raccorre in due, ò più ordini, & le somme di ciascheduno si raccolghino insieme. Perche se da questa somma farai vna somma, è necessario che questa somma sia eguale alla somma prima racolta, se non si è fatto errore. Come se il primo essempio si partirà, in questi due ordini, & le somme raccolte da quelli si ridurranno in vna somma, come qui è stato fatto, s'hauerà la medesima somma, che prima.

| | |
|---|---|
| 710654 | 56789 |
| 8907 | 880 |
| 719561 | 57669 |

719561
57669

777230

Quarto, & vltimo, si suol fare la proua della somma racolta per la sottratione in questo modo. Quando due numeri sono raccolti, sottraggasi qual vuoi d'essi dalla somma raccolta, ilche come si faccia, insegnaremo nel seguente capitolo. Perche se l'num. che restarà di questa sottrattione, sarà eguale all'altro numero sommato sarà segno, che nõ si è errato nella raccolta. Percioche se 12.& 20. fanno 32. è necessario, che leuato 12. dal 32. resti 20. ouero, leuato 20. dal 32. resti 12. *Quarta proua del raccorre*

*per la regola del sottrare.* 12. Ma quando più numeri sono aggionti, sottragasi vno di quelli dalla somma, & tutti gli altri si raccolghino in vna somma: percioche se questa somma sarà eguale à quell'auanzo, la somma sarà fatta bene; ouero sottrato il primo numero sommato dalla somma, si sottragga dal resto il secondo, & da questo auanzo il terzo, & così di mano in mano eccetto l'vltimo: peroche, se l'vltimo residuo sarà eguale all'vltimo de i numeri sommati, non è dubbio, che la raccolta è ben fatta: Et questa proua è certissima, se bene è vn poco più lunga dell'altre.

## DEL MODO DI SOTTRARRE *vn numero intiero d'vn'altro intiero.* *Cap. III.*

*Il sottrare che cosa sia.* IL sottrarre vn numer. d'vn'altro, è tor via d'vn numero maggiore, vn'altro numero minore, ouero d'vno vguale, vn'altro vguale.

E facilmente, quàl de due numeri sia maggiore conoscerai dalle lor vltime figure. Peroche quel che hà l'vltima figura maggiore, sarà numero maggiore. Come in questi due numeri, quel di sopra è maggior di quel da basso, perche l'vltima figura 3. del superiore, è maggiore, che l'vltima figura 2. dell'inferiore. Ma se l'vltima figura de due numeri saranno vguali quello sarà maggiore, del quale la penultima figura sarà maggiore; & se ancora le penultime figure saranno vguali, quel numero sarà maggiore, nel quale prima si ritrouerà vna figura maggiore. Come in questi essempij,

3001234
2986789

pij, nelli quali sempre il numero superiore è maggiore dell'inferiore.

| | |
|---|---|
| 445078 | 700001000 |
| 444896 | 700000999 |

Il numero che s'hà da sottrarre, si deue collocare talmente sotto quello, dal quale si deue fare la sottrattione, che la prima figura risponda alla prima, & la seconda alla seconda, & la terza alla terza, &c. Di maniera tale, che'l mancamento delle figure del numero, che si sottrae, se pure vi sarà, apparisca nella parte sinistra. Come se'l numero 40236. s'hauerà da sottrarre dal numero 3271589. si douerà porre in questo modo. *Il numero che s'hà da sottrare, in che modo s'hà da collocare.*

3271589
40236
———
3231353

Tirata dipoi vna linea sotto quelli due numeri, si sottrarranno tutte le figure dell'inferiore numero, da tutte le figure del superiore numero, cominciando però dalle prime figure, & quel che auanza, si porrà sotto la linea secondo quell'ordine, che è stata fatta la sottrattione. Et se nel numero superiore alcune figure non haueranno figure corrispondenti nel numero inferiore, talmente, che da quelle niente si possi sottrarre, quelle si doueranno riporre sotto la linea. Come per essempio. Se dal 9. si sottrae il 6. resta 3. che scriuo sotto la linea, & sottratto il 3. dal 8. riman 5. & leuato 2. da 5. riman 3. & sottratto 0. da 1. riman 1. & vltimamẽte sottratto 4. da 7. rimã 3. Et perche dalle figure 2. & 3. niẽte si leua, si dourãno quelle riporre col medemo ordine sotto la linea. *La sottrattione in che modo si faccia.*

Ma quando alcuna figura del numero inferiore

re

*Che cosa si hà da farsi quando la figura inferiore è maggiore della superiore.*

re sarà maggiore di quella del superiore rispondente, in modo tale, che la sottrattione da quelle non si possa fare, si deue osseruare questa regola. Piglisi in presto vn'vnità dalla prossima figura superiore verso la sinistra, che significarà dieci, rispetto di quella figura, dalla quale non si può far la sottrattione; dipoi à questa vnità s'aggionga la figura, dalla quale si douea fare la sottrattione, & si farà vn numero, che si scriuerà con due figure dal quale si sottrarrà quella figura del numero inferiore ma all'hora quella figura, dalla quale è stata pigliata in presto l'vnità, valerà vn'vnità manco che prima. Et se quella figura superiore sarà o. pigliaremo in presto l'vnità da quella figura verso la parte sinistra più prossima al o. che significarà 100. vnità, rispetto di quella figura, dalla quale non si poteua far la sottrattione, & all'hora in luogo della figura o. s'hauerà da porre cō la la mēte figura 9 & quella figura, dalla quale è stata pigliata in presto l'vnità, velerà vn'vnità manco che prima. Così ancora se più o. precederanno quella figura, dalla quale dobbiamo pigliar in presto l'vnità, s'haueranno tutti quei o. da imaginarsi, come 9. & quella figura, che hauerà dato in presto l'vnità d'vna vnità minore. Il che tutto sarà chiaro in questo esēpio.

4500026304827
3929034567892

570991736935

Primamēte leuato, ouero sottratto il 2. dal 7. rimane 5. Doppo, perche il 9. non può sottrarre dal 2. pigliaremo in presto vn'vnità dal 8. & così

così sottratto 9. dal 12. (il qual numero si fa dal 1. che habbiamo pigliato in presto, & dal 2.) riman 3. Di nuouo, perche l'8. dal 7. (essendo che la figura superiore 8. per hauer dato in presto vn'vnità, non vale se nō 7.) non si può cauare, pigliaremo inpresto vn'vnità dal 4. & così cauato 8. dal 17. riman 9. Dipoi perche 7. dal tre, (conciosia che la figura 4. per l'vnità, che hà imprestata, vale solamente 3.) non si può cauare, pigliaremo in presto vn'vnità dal 3. doppo il 0. ma perche quest'vnità vale 100. rispetto della figura 3. dalla quale non si può fare la sottrattione, & noi hauemo bisogno solamente di 10. è necessario, che se dal 100. pigliaremo in presto 10. rimāga 90. Di quì nasce, che la figura, vaglia solamēte due, & sopra il 0. bisogna imaginarsi la figura noue, che significa nouanta, rispetto della figura, dalla quale non si poteua far la sottrattione: tali che leuato 7. dal 13. riman 6. & cauato 6. dal 9. (hauendo noi detto, che sopra il 0. ci si doueua imaginare 9. con la mente) riman 3. Et perche 5. dal 2. non si può cauare, (perche la figura 3. vale solamente 2. come habbiamo detto) pigliaremo vn'vnità in presto dal 6. & sottrarremo il 5. dal 12. & rimarrà 7. Poi sottratto il 4. dal 5. (perche la figura 6. val 5. per l'vnità, che hà imprestata) riman 1. Et perche il 3. di nuouo non si può leuare dal 2. pigliaremo vn'vnità in presto dal 5. ma conciosia che questa vnità rispetto della figura 2. dalla quale non si poteua far la sottrattione, vale 10000. & noi solo hauemo bisogno di 10. è necessario, che se dal 10000. pigliaremo in presto 10. restino 9990. & di quì è, che si fa che la figura

5. va-

5. vaglia, ſolamente 4. & ſopra ogn'vno delli zeri, ci douiamo imaginare, che ſia vna figura di 9. in questo modo 999. Perche queſto 999. ſignificano 9990. riſpetto della figura 2. dalla quale la ſottrattione non ſi poteua fare. Talche leuato 3. dal 12. riman 9. & ſottratta la figura 0. dal 9. (la qual figura dicemmo douerſi imaginare eſſer poſta ſopra il 0.) riman 9. & ſottratto 9. da 9. (la quale figura 9. ancora ci l'hauemo imaginata ſopra il 0.) riman 0. Coſi ſottratto 2. dal 9. (perche ſopra'l 0. di nuouo ci douemo imaginare eſſer poſta la figura 0.) riman 7. Ma perche il 9. non ſi può ſottrarre dal 4. (perche la figura 5. vale 4. per l'vnità impreſtata) pigliaremo in preſto vn'vnità dal 4. & ſottrarremo il 9. dal 14. rimane 5. Finalmente ſottratto 3. da 3. (perche la figura 4. per l'vnità impreſtata vale ſolamente 3.) rimane 0. la quale figura 0. perche è l'vltima in queſto eſſempio, & niente perciò ſignifica, ſi deue laſciar da parte, ſenza ſcriuerla altrimente.

*Più facil regola di ſottrar. quando la figura inferiore è maggiore della ſuperiore.*

Queſta regola ch'habbiamo detto, è vſata da molti Aritmetici, ma noi molto più facilmente coſi l'inſegnaremo. Quando la figura inferiore è maggior della ſuperiore pigliſſi la differenza che è tra eſſa, & il 10. & à queſta differenza s'aggionga la figura ſuperiore, dalla quale la ſottrattione non ſi può fare, & tutta la ſomma ſi ſcriua ſotto la linea, perche queſta ſomma auanzarebbe, ſe quella figura maggiore ſi leuaſſe dal numer. compoſto dal 10. & da quella figura ſuperiore, dalla quale non ſi può fare la ſottrattione, non altrimente, che ſe fuſſe pigliata l'vnità in preſto: eſſendo, che quella figura maggiore ſi ſottragga pri-

prima dal 10. per hauere la differenza tra'l 10.& quella figura maggiore, dipoi à questo auanzo, ò differenza s'aggionga la figura superiore. Doppo questo acciò non siamo sforzati di leuare con l'imaginatione l'vnità della figura superiore, dalla qual'è stata virtualmẽte l'vnità pigliata in presto, aggiõgeremo alla figura inferiore, che prossimamente verso la parte sinistra segue, vn'vnità, & questa somma dalla figura superiore (senza leuar prima da essa alcuna vnità) sottrarremo. Perche sempre sarà la medesima differenza tra la figura inferiore, & superiore, ò che dalla superiore si leui l'vnità, & alla inferiore niente s'aggionga, ò che dalla superiore niente si leui, & all'inferiore s'aggionga l'vnità. Come in queste due figure 7.& 4. se dal 7. si leua l'vnità, sarà 2. la differenza tra il resto 6.& 4.& se dal 7. niente si leua, ma al 4. s'aggionga l'vnità, la medesima differenza 2. sarà tra'l 7. & 5. Et in questo modo ogni volta, che si farà mentione della differenza tra'l 10.& la figura inferiore, la quale dal numero superiore non può esser sottratta, s'hauerà d'aggiongere l'vnità alla figura prossima del numero inferiore verso la parte sinistra. Ma questo si farà più chiaro nel medesimo essempio, che qui repetito habbiamo.

4500026304817
3929034567892

570991736925

Primamente, sottratto 2. dal 7. riman 5. Ma perche il 9. nõ si può sottrarre dal 2 sottrarremo 9. dal 10.& à quella vnità che resta (che è la diffe-

renza tra 10.& 9.) aggiongeremo 2. & hauere. mo 3. per l'auanzo, che si scriuerà sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 8. che segue, aggiongeremo vn'vnità (per amor di quella differenza tra 10.& 9.) & faremo 9. Il qual 9. perche di nuouo non si può sottrarre dal 8. sottrarremo 9. da 10. & all'vnità che resta (che similmente è la differenza tra 10. & 9.) aggiongeremo 8. & haueremo 9. che porremo sotto la linea. Il che fatto, subito alla seguente figura 7. aggiongeremo 1. per causa di quella differenza, che è tra 10.& 9.& faremo 8. Il quale, perche dal 4. non si può sottrarre, sottrarremo 8. dal 10. & à quel che auanza, che è 2. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 8.) aggiongeremo 4. & haueremo 6. che si porrà sotto la linea. Dipoi subito alla figura inferiore 6. aggiongeremo 1. (per cagion di quella differenza, che è tra 10. & 8.) faremo 7. Il quale, perche non si può sottrarre dal 0. lo sottrarremo dal 10. & al resto 3. (cioè alla differenza tra 10. & 7.) aggiongo 0. & fò pur 3. che metto sotto la linea. Di nuouo alla figura inferiore 5. aggiongo 1. (per amor di quella differenza, che tra 10. & 7.) & fò 6. il quale perche non si può sottrarre dal 3. lo sottraggo dal 10. & al resto, che è 4. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 6.) aggiongo 3. & fò 7. che scriuo sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 4. aggiongo 1. (per causa della detta differenza che è tra 10. & 6.) & fò 5. il quale sottratto dal 6. riman 1. Et perche in questa vltima sottrattione non è stata fatta mentione della differenza trà il 10.& 5. Conciosia che il 5. s'è potuto sottrarre

dal

dal 6. non aggiongo altrimente 1. alla figura inferiore 4. ma perche non si può sottrarre 3. dal 2. sottraggo dal 10. & al resto che è 7.

| |
|---|
| 4500026304827 |
| 3929034567892 |
| 570991736935 |

ouero alla differenza tra 10. & 3. aggiongo 2. & fò 9. che s'hà da porre sotto la linea. Doppo questo, subito alla figura inferiore o. aggiongo 1. (per amor della differenza detta tra 10. & 3.) & fò 1. Et perche 1. non si può sottrarre dal o. leuo 1. da 10. & al resto che è 9. ( cioè alla differenza tra 10. & 1. ) aggiongo o. & fò pur 9. che pongo sotto la linea. Dipoi subbito aggiongo di nuouo 1. alla figura 9. inferiore ( per cagion di quella differenza, che è tra 10. & 1. ) & fò 10. Il quale, perche non si può sottrarre dal o. lo cauo dal 10. & al resto che è o. (ouero alla differenza, che è tra 10. & 10. ) aggiongo o. & ne fò pur o. che è il resto da porsi sotto la linea. Di nuouo subito alla figura inferiore 2. aggiongo 1. ( per cento di detta differenza tra 10. & 10. ) & fò 3. Il quale perche non si può sottrarre dal o. lo sotraggo dal 10. & al resto, che è 7. ( cioè alla differenza. che è tra 10. & 3. ) aggiongo o. & fò 7. che pongo sotto la linea. In oltre diciò subito aggiongo 1. alla figura. 9. inferiore (per cõto della differenza tra 10. & 3. ( & fò 10. Il quale perche dal 5. nõ si può sottrarre, lo cauo dal 10. & al resto o. cioè alla differẽza tra 10. & 10.) aggiõgo 5. & fò pur 5. che resta per scriuerlo sotto la linea. Finalmẽ-

te subito alla figura 3. inferiore aggiongo 1. (per amor di quella differenza trà 10. & 10.) & fò 4. il quale cauato da 4. riman 0. la qual figura 0. perche è superflua nel principio del num. dalla parte sinistra, lasciamo; conciosia, che mettendocela à nulla seruirebbe.

per 7. *Altro essempio.* per 9.

| | | |
|---|---|---|
| 5 X 5 | 4000134 / 67823 0 / 3932311 15 | 3 X 3 |

In questo essempio perche leuate tutte le figugure inferiori dalle superiori rispondenti, s' haueria d' aggiongere l' vnità alla figura seguente inferiore, la quale non v'è riportremo l' vnità con l'imaginatione nel seguente luogo, la quale perche non si può sottrarre dal 0. lo sottrarremo dal 10. & resterà 9. che scriueremo sotto la linea: & di nuouo con la mente si deue mettere 1. nel seguente luogo, & dal 4. cauarlo, per hauer l'auanzo 3. da porre sotto la linea.

Ma se vn numero da più numeri, ouero più numeri da più numeri, ò dà vn numero s' hauerà da sottrarre, auanti che si faccia la sottrattione, s' hanno prima da raccorre insieme in vna somma quelli più numeri, dalli quali s' hauerà da fare la sottrattione, & ancora quelli numeri, li quali si deuono sottrarre.

*Prima proua del sottrare per la regola del 9.* La proua della sottratione, è di quattro sorti: la prima si fa con leuare il 9. Peroche se dal superior numero, del quale è stata fatta la sottrattione, si leuerà il 9. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto, che si doueua fare.

nel

nel sommare dei numeri, & quel che auanza, collocaremo in vna parte della croce, è necessario, se nõ s'è fallato nella sottrattione, che resti il medesimo numero, se si butterà via il 9. quante volte si può dal numero sottratto, & insieme da quel che è restato. Così tù vedi nel sopradetto prossimo essempio da man destra il residuo sempre esser 3. ò che tù leui il 9. quante volte si può dal numero 400034. dal qual'è stata fatta la sottrattione, ò che lo leui dalli numeri 67823. 393211. insieme de'quali quello è stato sottratto, & questo auanzato della sottrattione.

*Seconda proua del sottrarre per la regola del 7.*

La seconda proua si fa co'l gittar via il 7. Perche se dal numero, del quale è stata fatta la sottrattione: si leuarà 7. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto nel sommare dei numeri, che si doueua buttar via il 7. & quel che auanza, si porrà in vna parte della croce, è necessario, se la sottrattione sarà fatta bene, che auanzi il medesimo num. se si buttarà via il 7. quante volte si può dal numero sottratto, ponendo il resto dalla banda destra di quello; & dal numero, che auanza della sottrattione; ponendo ancora il resto dalla parte destra di quello; & finalmente questi due resti posti dalla parte destra, si raccorranno insieme in vna somma, & da quella sõma, si leuarà il 7. quante volte si può, se si potrà cauare. Così nel medesimo essempio disopra, leuato il 7. quante volte si può, dal num. 400034. rimane 5. & leuati ancor li 7. dal 67823. riman o. & leuati li 7. dal 393211. riman 5. il che aggionto al o. farà ancor 5. come si vede nella croce posta dalla parte

sinistra del detto essempio.

Ma l'vna,& l'altra di queste proue è fallace, s'alcuno per inganno, ò malitia trasporrà li numeri, ouero rimetterà altri numeri, si come habbiamo detto nel sommare de' numeri.

*Terza proua della sottrattione per la regola del raccorre.*

La terza proua si fa per il sommare. Perche se tù aggiongi al numero sottratto il numero che auanza di necessità si viene à rifare il numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, come in questo essempio vedi.

| | |
|---|---|
| Il num. dal quale si fa la sottrattione. | 60123 |
| Il numero sottratto. | 45678 |
| Il numero che auanza. | 14445 |
| La somma raccolta dal numero sottratto,& dall'auanzato. | 60123 |

*Quarta proua della sottrattione per la regola del raccorre.*

La quarta proua si fa per la sottrattione. Imperoche fatta la sottrattione, se tù leuarai dal medesimo numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, l'auanzo, necessariamente restarà il numero sottratto. Come nel prossimo essempio, se il num. 14445. che auanzò, cauarai dal num. 60123. l'auanzo sarà il num. sottratto 45678. come quì si vede manifestamente.

60123
14445
45678

Queste due vltime proue sono certissime, & non possono fallare mai, nè ammettere fallacia, ò fraude alcuna.

DEL

## DEL MOLTIPLICARE DEI numeri intieri. Cap. IV.

MOltiplicare vn numero per vn'altro, è vn' ammassare, & pigliare vno di quelli tante volte quante vnità l'altro cōtiene. Come il moltiplicare 6. per 5. ouero 5. per 6. è vn'ammassare, ò ammontonare insieme il 6. cinque volte, ouero il 5. sei volte; che nell'vno, & nell'altro modo trouaremo sempre 30. nel detto ammassamento: Et questo si chiama moltiplicare. Talche il numero prodotto dalla moltiplicatione d' vn numero in vn'altro conterrà tante volte qualunque de'numeri moltiplicali, quante volte l'altro contiene l'vnità. Come nel detto essempio è manifesto, Onde è, che la moltiplicatione si può anco descriuere così. La moltiplicatione d'vn numero per vn'altro, è vn ritrouamento d'vn numero; il quale tante volte l'vno d' essi contenga, quante volte l'altro contiene l'vnità.

Accioche ogni moltiplicatione si faccia più speditamente, è necessario sapere, qual numero si produca dalla moltiplicatione di qual si voglia figura numerale in qual si voglia altra figura; come dal 7. nel 8. ouero dal 8. nel 7. Così ancora dal 7. nel 9. ò dal 7. &c. Perche se saprai ben far questo, non sentirai alcuna fatica, ouero difficultà nella moltiplicatione. Il che s'impara tuttauia più col continuo essercitio, che con alcuna regola. Tra tanto però grandemente ti seruirà la seguente tauola, che suol esser chiamata Pitagorica, forse per questa causa, perche Pitagora ne fosse inuentore, ouero perche habbia

in essa marauigliosamente essercitato li suoi scolari.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

*Il modo di fabricare questa tauola di Pitagora.*

La compositione di questa tauola è facilissima, perche la prima linea cominciando dall' vnità, & seguitando per la continoua aggiontione dell'vnità, se ne và fino al 9. Come dire. Dal 1. & 1. si fa 2. dal 2. & 1. si fa 3. dal 3. & 1. si fa 4. &c. La seconda linea comincia dal 2. & seguita per la continua aggiontione del 2. Come dire. Dal 2. & 2. si fa 4. dal 4. & 2. si fa 6. dal 6. & 2. si fa 8. &c. & così anco la terza linea piglia il suo principio dal 3. & per la continua aggiontione del 3. procede, & così tutte l'altre linee sono composte nel medesimo modo: perche ciascuna camina per il continuo accrescimento di quel numero, dal quale comincia.

*L'vso della tauola Pitagorica.*

L'vso di questa tauola in quanto à quello, che appartiene alla moltiplicatione, (ancorche habbia infiniti altri vsi) è questo. Proposte due figure da moltiplicarsi tra di loro, se l'vna ne pigliarà

nel-

nella superiore linea, & l'altra nel lato sinistro; & in quella linea si caminerà all'ingiù, & in questo lato verso la man destra, trouerassi nel commun concorso d'esse figure il numero prodotto dalla moltiplicatione di esse. Così vedi dalla moltiplicatione del 7. in 8. o. del 8. in 7. essere prodotto 56. Et dal 8. in 8. esser prodotto 64. & così degl'altri.

Ma se questa sorte di tauola non sarà così alle mani, si potrà vsare questa regola. Scriuasi vna figura sotto l'altra, & la distanza, ouero differenza dell'vna, & l'altra dal 10. si ponga dalla banda destra. Dipoi queste distanze si moltiplichino tra di loro. Peroche il numero prodotto, se si scriue con vna figura, darà la prima figura della somma, che s' hà da produrre dalla moltiplicatione delle figure; ma se si scriue con due figure, si douerà serbare la figura delle dicine, & porre la prima per la prima figura della somma, che s' hà da produrre. La seconda figura di questa medesima somma s' hauerà, se si caua la distanza di qual si voglia delle due figure dall'altra figura; & à quello che auanza, si aggiunga la figura delle dicine riserbate, se alcuna ve ne sia riserbata. Ouero se le figure proposte s'aggiongeranno tra di loro, aggiongendo prima la figura delle dicine riserbarà, (se vi sarà) prima la figura di questa somma, buttando via la seconda figura delle dicine, come superflua, ci darà la seconda figura della somma, che s'hà da produrre. Con gl'essempij la cosa si chiarirà meglio.

*Regola di moltiplicare vna figura in vn'altra.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 9. | 1. | 8. | 2. | 7. | 3. |
| 8. | 2. | 8. | 2. | 6. | 4. |
| 7 | 2 | 6 | 4 | 4 | 2 |

Nel primo essempio, le figure che s'hanno dal moltiplicare, sono 9. & 8. & le distanze loro dal 10. sono 1. & 2. le quali tra loro moltiplicare (la qual moltiplicatione sarà facilissima, conciosia, che le distanze dal 10. siano minori delle figure, che s'hanno da moltiplicare. Percioche di queste si deue intendere la presente regola) dicendo vna volta 2. ouer due volte 1. fa 2. la qual figura scriuo sotto le distanze per la prima figura della somma, che s'hà da produrre; Poi leuata la distanza 2. dal 9. ouero la distanza 1. dal 8. riman 7. la qual figura scriuo sotto le figure per la seconda figura della somma, che s'hà da produrre. La qual seconda figura ci sarà ancora data dalla prima figura della somma delle figure 9. & 8. ch'è 17. buttata via la seconda figura 1. come al tutto inutile à questo negotio. Tal che la moltiplicatione di queste figure 9. & 8. sarà 72.

Nel secondo essempio, le figure proposte sono 8. & 8. le distanze di quelle dal 10. sono 2. & 2. Queste se tra di loro saranno moltiplicate, dicendo 2. via 2. haueremo 4. per la prima figura della somma, che s'hà da produre. Poi leuata la distanza, qual vuol dal 8. riman 6. per la seconda figura. La quale ci sarà ancor data dalla figura prima della somma di 8. & 8. ch'è 16. lasciata la seconda figura 1. come superflua. Adunque le figure 8. & 8. moltiplicate tra di loro faranno 64.

Finalmente le figure date nel terzo essempio,

so-

sono 7. & 6. le distanze delle quali dal 10. sono 3. & 4. Queste tra di loro moltiplicate, dicendo 3. via 8. ouero 4. via 3. fanno 12. Adunque la prima figura della somma, che s'ha da produrre, sarà 2. & la figura seconda 1. del prodotto 12. si deue serbare: Dipoi leuata la distanza 4. dal 7. ouero la distanza 3. dal 6. riman 3. che se aggiongeremo la figura 1. riserbata faremo 4. per la seconda figura della somma, che s'ha da produrre, la quale ancora ci sara data dalla prima figura della somma di 7. & 6. aggiontaui prima l'vnità riserbata, che è 14. lasciata in tutto la seconda figura 1. Si produrrà adunque 42. dalla moltiplicatione del 7. per 6. ouero del 6. per 7. La medesima ragione, & regola è in tutte l'altre figure, pur che la somma delle due figure proposte sia maggiore di 10. altrimente le distanze di quelle dal 10. sarebbono maggiori d'esse figure, & perciò più facilmente si moltiplicherebbono le figure, che le distanze, Ma meglio farai, se con l'vso, & essercitio impararai à mente questa sorte di moltiplicatione di figure tra di loro, che voler andare ogni volta ricorrere alla tauola Pitagorica, ò à questa regola.

Hora proposti due numeri da douersi moltiplicare tra di loro, s'hauerà da scriuere il minore sotto il maggiore, in modo però tale, che la prima figura risponda alla prima, & la seconda alla secōda, &c. si come habbiamo detto nel raccorre, & sottrarre de' numeri. La qual cosa non è però necessaria al tutto, potēdosi ancora scriuere il maggiore sotto il minore, purche si serui l'ordine detto delle figure. Come douēdosi molti-

*In che modo s'hāno da porre li numeri che si deuono moltiplicare.*

pli-

plicare il num. 4300678. per il numer. 600394. si doueranno collocare detti numeri in vno di questi due modi, benche il primo sia più in vso,

| | | |
|---|---|---|
| 4300678 | ouero | 600394 |
| 600394 | | 4300678 |

Ma insegniamo prima, in qual modo vn numero si moltiplichi per vna sola figura, perche così più facilmente si intendera, in che modo vn num. per vn'altro numer. si deue moltiplicare.

Quando dunque alcun numero hauerà da esser moltiplicato per vna figura sola si suole sempre questa figura moltiplicante, scriuere sotto la prima figura moltiplicante, scriuere sotto la. Per essempio, se s'hauerà a moltiplicare il numero 600394. per 8. così starà l'essempio. Et la moltiplicatione si farà, se la figura 8. si moltiplicarà per tutte le figure del numero 600394. cominciando dalla parte destra, & venendo verso la sinistra, & scriuendo ogni numer. prodotto sotto la linea la quale se tirerà sotto li numeri; che si moltiplicano in tal modo però, che s'alcun numero prodotto si scriuerà con due figure, la prima di quelle si ponga, & la secondo serbi per aggiongerla al sequente numero prodotto: cioè, in questo modo.

*In che modo vn numero si moltiplichi per vna figura.*

600394
8
———
4803152

5
4 X 8
5

Prima moltiplico 8. per 4. dicendo 8. via 4. ouer 8. volte 4. fa 32. pongo 2. sotto il 4. & riserbo

bo 3. Dipoi dico 8. via 9. fa 72. & aggionto il 3. riserbato, fa 75. pongo 5. sotto il 9. & serbo 7. Dipoi 8. via 3. fa 24. aggionto 7. ch'era riserbato, fa 31. pongo 1. sotto 3. & serbo 3. Doppo 8. via 0. fa 0. & aggionto il 3. riserbato, fa 3. qual pongo sotto il 0. & niente riserbo. Di nuouo dico 8. via 0. fa 0. al quale, perche niente m'auanzò, & niente si deue aggiongere, pongo dunque 0. sotto'l 0. & niente mi riserbo. Vltimamente 8. via 6. fa 48. al quale, perche niente m'auanzò, niente aggiõgo; pongo dunque tutto questo numero sotto la linea, perche la moltiplicatione è finita; poiche nõ vi resta altra figura da esser moltiplicata per 8. Tal che, se moltiplicaremo tutto il numero 600398. per 8. ne faremo questo num. 480315[illegible] & in questo modo moltiplicarai ogni numero per qual si voglia figura.

Ma se si hauerà da moltiplicare vn numero per vn' altro numero, tirisi sotto essi disposti, & ordinati, come habbiamo detto, vna linea retta. Dipoi ciascuna figura del numero inferiore si moltiplichi per tutte le figure del superiore, come poco fa habbiamo insegnato, osseruando solamente questo con diligenza, che il numero prodotto da qualunque figura del num. inferiore moltiplicata per la prima figura del num. superiore, sia posto sotto quella figura del num. inferiore; per la quale il num. superiore si moltiplica, & gl'altri numeri prodotti dalla moltiplicatione della medesima figura del numero inferiore, per l'altre figure del numero superiore, si mettano di mano in mano secondo il suo ordine, verso la parte sinistra.

In che modo si moltiplicarà vn num. per vn'altro numero scritto con più figure.

Co-

Così tù vedi esser stato fatto in questo essempio, nel quale quattro ordini di numeri sono stati constituiti dalli numeri prodotti.

| per 9. | | per 7. |
|---|---|---|
| | 430678 | |
| | 600394 | |
| 4 | 172027712 | 2 |
| 1 X 4 | 38706102 | 4 X 4 |
| | 12902934 | |
| | 25804068 | |
| 4 | 258210126 7132 | 2 |

Percioche tutto il numer. prodotto dalla moltiplicatione del 4. in tutte le figure del numero superiore, hà la prima sua figura sotto 4. Così ancora il numero prodotto dalla moltiplicatione del 9. in tutte le figure del numero superiore, hà la prima sua figura sotto 9. Per la medesima ragione la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 3. in tutte le figure del numero superiore, & posto sotto 3. Vltimamente la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 6. in tutte le figure del numer. superiore, è posto sotto il 6. & tutte l'altre figure procedano con il suo ordine verso la parte sinistra.

Et perche la figura o. cosi moltiplicando, come ancora moltiplicata, sempre produce o. perciò habbiamo nel numero inferiore lasciati li due zeri, senza moltiplicarli nel numero superiore, perche sempre hauerebbono prodotto o. Il medesimo si farà ogni volta, che nel numero inferiore saranno alcuni zeri: perche quelli sempre

lascia-

lasciaremo, & andaremo à pigliare la prossima figura seguente significatiua. Ma non però sono da lasciare li zeri del numero superiore, se vi saranno; perche se bene moltiplicati per le figure significatiue del numero inferiore producano o. nondimeno auuiene spesso, che à quel o. prodotto s'habbia d'aggiongere qualche cosa, cioè quello, che nella precedente moltiplicatione sarà stato riserbato & quello si deue riporre sotto la linea, in luogo del numero prodotto. Anzi, ancorche non sia riserbato niente, si douerà porre nondimeno la figura o. sotto la linea, in luogo del numero prodotto. Le quali cose tutte nelli essempij superiori sono state osseruate. Perche nel primo, quando habbiamo moltiplicato 8. per o. producemmo o. Ma perche nella precedente moltiplicatione era stato riserbato 3. habbiamo posto 3. in luogo del o. prodotto. Dipoi quando moltiplicammo di nuouo 8. per o. producemmo ancora o. Et perche niente era stato riserbato, ponemo o. in luogo del prodotto. Et il medesimo è stato fatto nell'altro essempio.

Doppo questo, di sotto à tutti li numeri prodotti si tri, vn'altra linea, per metter sotto di quella tutta la somma raccolta di tutti quei numeri prodotti. La qual somma si deue raccorre, secondo che s'è detto nel capitolo del modo di sommare i numeri; pur che la prima figura di qual si voglia num. prodotto s'intenda tenere, & occupare quel luogo, ch'occupa la figura del primo prodotto, sotto la quale ella è posta, cioè che la figura 2. la quale è la prima del secondo

numero prodotto nel prossimo essempio s'intenda esser posta sotto il secondo luogo del primo numero prodotto, & la figura 4. ch'è la prima nel terzo numero prodotto, s'intenda esser posta sotto il terzo luogo del primo numero prodotto. Vltimamente la figura 8. quale è la prima ancora nel quarto numero prodotto, s'intenda occupare, & esser posta nel sesto luogo sotto il primo numero prodotto. Imperoche tù vedi in detti luoghi tutte queste figure esser poste. Ma acciò la cosa si faccia chiara con l'essempio, la somma si racorrà in questo modo. Nelli numeri prodotti solamente la figura 2. occupa il primo luogo, quella sola dunque si porrà sotto la linea. Dipoi nel secondo luogo vi è 1. & 2. che fanno 3. da porsi nel secondo luogo. Dipoi nel terzo luogo vi è 7. & 4. che fanno 11. s'hauerà dunque da porre 1. sotto la linea nel terzo luogo, e serbare 1. per aggiongerlo alle figure nel quarto luogo, &c. Di questa maniera la somma raccolta sarà 2582101267132. & questo numero si produce dalla moltiplicatione del 4300678. nel 600394.

Ma acciò tù veda il medesimo numero prodursi ancora, se il maggior numero fusse messo sotto il minore, habbiamo posto quest'altro seguente essempio, nel quale li medesimi due numeri 4300678. & 600394. si moltiplicano tra di loro: ma il maggiore è posto sotto il minore, & si sono fatti cinque ordini di numeri prodotti; quante à ponto sono le figure significatiue nel numero inferiore; & nientedimeno il medesimo numero, che prima, s'è prodotto.

```
per 9.                                        per 7.
                     600364
                    4300678
               ---------------
                    4803152
                   4202758
                  3602364
                 1801182
                2401576
               ---------------
               2582101267232

    4                                           2
 4  X  r                                     4  X
    4                                           2
```

Questo modo di moltiplicare, che fin quì habbiamo esposto, è il più vsato appresso tutti, ma pur altri modi di moltiplicare, & non men belli, mostraremo nella nostra Aritmetica maggiore.

La proua della moltiplicatione è di tre sorti. La prima si fa per il leuare del 9. in questo modo. Prima proua della moltiplicatione per la regola del 9.

Prima, si buttino via li 9. dal numero moltiplicato, quante volte si può, si come habbiamo detto nel capitolo del sommare, & quello che auanza, si ponga nella parte sinistra della croce. Doppo leuati via li 9. nel medesimo modo, dal nu. moltiplicante, si ponga quel che auanza nella parte destra della croce. Terzo, moltiplicando questi due residui tra di loro, leuansi dal prodotto li 9. & quel che auanza, si ponga nella parte di sopra della croce. Vltimamente poi leuinsi ancora dalla somma di tutti li numeri prodotti li 9. & quel che auanza, si scriua nella parte inferiore. Perche è necessario, non essendosi fallato nella moltiplicatione, che questo vltimo residuo sia vguale à quello, che è posto nella parte superiore del-

della croce. Li essempij sono posti nelle moltiplicationi di sopra. Perche nel primo essempio, leuati li 9. dal 600394. il resto è 4. & il resto di 8. è 8. perche da 8. non si può leuare 9. Moltiplicati dunque questi residui 4. & 8. tra di loro fanno 32. dal qual numero se leuarai li 9. restarà 5. Ancora il medesimo restarà, se si leuaranno li 9. dal prodotto 4803152. Nel secondo essempio, il resto del primo numero è 1. & del secondo è 4. moltiplicati dunque questi residui 1. & 4. tra di loro faranno 4. che si porrà nella parte di sopra della croce, perche il 9. non si può leuare da 4. & così leuati li 9. dalla somma, rimane ancora 4.

*Seconda proua della moltiplicatione per la regola del 7.*

L'altra proua si fa co'l leuare li 7. cioè, se nel modo, che habbiamo detto nel capitolo del sommare, si buttino via li 7. dalli numeri medesimi, dalli quali nella proua passata hauemo detto, chè si douessero leuare li 9. L'essempio tù l'hai nelle precedenti due vltime moltiplicationi. Ma queste due proue sono anco quì fallaci per le ragioni dette di sopra. Onde per essere più certo non hauere fatto errore, potrai fare tutte due le proue, come nel capitolo del sommare detto habbiamo.

*Terza proua della moltiplicatione per la regola del partire.*

La terza proua è certissima, & si fà per la diuisione, perche se tutta la somma prodotta si diuiderà per vno de'due numeri moltiplicati, necessariamente riuscirà l'altro numero nel numero, che dalla diuisione si produce. Et questa diuisione sarà facilissima, essendo che non sarà bisogno cercare le figure, che s'hanno da porre nel numero, che si produce dalla diuisione, conciosia che tutte quelle per ordine si contengono nell'altro num. moltiplicato. Ma questa proua meglio s'inten-

ten.

tenderà, quando sarà dichiarato, come si faccia la Diuisione.

*Altri due essempij con la proua del 9.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4068 | 0 X 5 0 0 | 3069 | 0 X 0 0 0 |
| 23 | | 45 | |
| 12204 | | 15345 | |
| 8136 | | 12276 | |
| 93564 | | 138105 | |

Nel primo essempio di questi due, il primo residuo, che auanza è 0. Onde benche il secondo auanzo sia 5. nientedimeno la moltiplicatione delli auanzi fa 0. Ma nel secondo essempio l'vno & l'altro auanzo de i numeri moltiplicati è 0. Onde la moltiplicatione di quelli sarà ancora 0. & così nell'vno come nell'altro essempio, il resto del numero prodotto necessariamenre sarà ancora 0.

Se per auentura l'vno, & l'altro numero da moltiplicarsi, o uero vno d'essi, hauerà nel principio alcuni zeri, la moltiplicatione sarà molto facile. Perche lasciati tutti quei zeri, si douerà moltiplicare il resto de i numeri tra di loro, & al numero prodotto aggiongere verso la man destra, per ordine tutti quelli zeri lasciati. Come dire, se si douerà moltiplicare 3407. per 4000. Lasciati li zeri 000. si moltiplicarà il dato numero per 4. & al fine del num. prodotto 13624. si metteranno li medesimi zeri lasciati, in questo modo 13624000. Così ancora se si doueranno moltiplicare 3040000. per 203000. Lasciati li 7. zeri,

*Facilità del moltiplicare quãti numeri nel principio hãno delli zeri.*

li quali sono posti dalla parte destra d'essi numeri, si moltiplicaranno i numeri 304. 203. che restano tra di loro, & al num. prodotto 617 12. s'aggiongerano al fine quei 7. zeri lasciati, in questo modo 61712000000.

Di qui è che hauendosi da moltiplicare qualche numero per 10. ò per 100. ò per 1000. &c. si douerà sempre aggiongere a quel numero nella parte destra tanti zeri, quanti sono contenuti nel numero, che moltiplica, senz'alcun altra moltiplicatione. Perche leuati via li zeri, rimane solamente l'vnità; la quale moltiplicando il numero dato, produce sempre il medesimo numer. Come 5067. moltiplicato per 10. fa 50670. & moltiplicato per 100000. fa 506700000. Così ancora 3000. moltiplicato per 100. fa 300000. &c.

## DEL PARTIRE DE I NUMERI *intieri. Cap. V.*

*Che cosa sia partire.*

IL diuidere ò partire, è vn distribuire ò segare qual si voglia numero proposto in più parti vguali, denominate d'vn'altro numero dato. Come dire, partire il numer. 36. per 9. è distribuirlo in 9. parti vguali denominate da 9. cioè in 9. parti 9. ciascuna delle quali contiene quattro vnità. Di maniera, che il 4. sia il num. da questa diuisione prodotto, il quale si suol chiamare Quotiente

*Quotiente che cosa sia.*

perche mostra quante volte il numero 9. il qual si chiama Diuidente, ouero partitore si contiene nel numero 36. che s'ha da partire; poiche mostra esser contenuto quattro volte, cioè, tante volte quante vnità sono conteaute nel numero

Quo-

Quotiente, ch'è 4. Donde nasce, che il partire, ò diuidere si può ancora descriuere così. Il partire, ò diuidere non è altro, che trouare vn numero, che contenga tante vnità, quante volte il numero, che si partisce, contiene il partitore; si come nel proposto essempio è manifesto.

Nella diuisione si scriue il partitore sotto il numero, che s'hà da partire, non già mettendo la prima figura sotto la prima, la seconda sotto la seconda, &c. si come nel sommare, sottrarre, & moltiplicare è stato fatto, ma con ordine contrario. Perche qui s'hà da porre l'vltima figura del partitore sotto l'vltima figura del numero, che si diuide, & la penultima sotto la penultima, &c. Come se si hà da partire il numero 7806. per 47. s'haueranno da collocare li numeri nel modo, che quì vedi nel proposto essempio.

In che modo nella diuisione i numeri s'hãno da porre.

7806
47

Ma se l'vltima figura del partitore sarà maggiore dell'vltima figura del numero, che s'hà da partire, si porrà l'vltima figura del partitore sotto la penultima figura del numero, che si partisce, & la penultima sotto l'antepenultima, &c. si come in questo essempio è manifesto. Et il medesimo si farà, quando l'vltima figura del partitore sarà vguale alla figura del numero, che si diuide; ma la penultima sarà maggiore, della penultima, ouero quando così l'vltima all'vltima, come la penultima alla penultima sarà vguale; ma l'antepenultima del partitore sarà maggiore, che l'antepenultima del numero, che si diuide: ouero finalmẽte ogni volta che'l partitore sarà maggio-

37800
47

re di quel numer. che esprimono tante figure vltime del nu. che si partisce, con quante si scriue esso partitore. Le quali cose tutte sono manifeste in questi tre essempij.

| | | |
|---|---|---|
| 46800. | 476047. | 47912. |
| 47 | 4762. | 47. |

*In che modo si facci la diuisione.*

Ma in questo modo si farà la Diuisione. Cerchisi prima quante volte si contenga il partitore nel numero scritto sopra di se, & il numero, che mostra quante volte si contiene, si scriua dalla parte destra del num. che s'hà da partire, doppò questa linea corua (& questo numero) il quale si scriue sempre con vna figura, non potendosi mai pigliare maggior numero, che 9. nel Quotiente, ancor che paia alle volte il partitore entrarui nel numero posto sopra di se più che 9. volte, (si come nelli essempij sarà manifesto) si moltiplichi per il partitore, & numero prodotto, (il quale non s'hà da scriuere da parte, ma tenerlo a mente si sottraga) dal numero sopra di se scritto in quel modo, che insegnato hauemo nella regola della sottrattione, scriuendo ciascuno auanzo de i numeri sopra le figure dalle quali è stata fatta la sottratione, scancellate però prima queste figure insieme co'l partitore. Et fatto questo, tutto il numero, che resta, scritto sopra il partitore, deue esser minore che'l detto partitore, altrimente sarebbe fatto errore nel partire. Il che ancora ne gl'altri auanzi si deue osseruare.

*Nel Quotiente nō si puo porre maggior num. che 9.*

*Il numero che rimane sempre deue esser minore del partitore.*

Dipoi s'hauerà da trasportare, ò promouere il partitore verso la parte destra nel luogo più vicino, & di nuouo cercare, quante volte si contenga nel numero, che gli viene esser posto di sopra,

pra, & fare tutte l'altre cose, come prima. Ma se in alcuna promotione, ò trasportamẽto del partitore, il partitore fosse maggiore del numero à se sopra scritto, talche ne anco vna volta in quello si contenesse, si scriuerà vn zero nel Quotiente doppo quel numero, che habbiamo detto, douersi scriuere doppo la linea corua, & scancellare il partitore; & di nuouo trasportarlo al luogo più vicino, & cercare, come prima, quante volte nel numero sopra di se scritto sia contenuto, &c. Et così sempre s'hauerà da portare innanzi il partitore, fin che non rimanga luogo alcuno nel numero, che si diuide, sotto il quale il partitore si possa promouere. Ma queste cose con gl'essempij si farrano più facili, & più piane.

In che modo vn numer. si partisca per vna figura sola. Qual nu. sia quello, ch'si dice esser scritto sopra'l partitore.

Si habbia primamente a partire il numero 76048. per vna figura sola, come dire per 8. prima trouo il partitore 8. essere contenuto nel nu. 76. sopra di se posto noue volte. Quel numero però si dice esser scritto sopra il partitore, che viene espresso dalla figura posta sopra la prima figura del partitore, & da tutte l'altre verso la parte sinistra, se alcuna ve n'è. Come nell'essempio proposto. Il numero sopra il partitore posto è 76. Et dalla tauola Pitagorica, che è posta di sopra, facilmente, conoscerai, quante volte si cõtenga la figura del partitore nel numer. sopra di se posto. Imperoche se pigliarai la figura del partitore nel capo della tauola, & per la linea rispõdente à quella al dritto in giù discendendo, pigliarai il numero posto sopra la detta figura del partitore, ouero, se quello non ci si troua, il numero minore di quello, che gli è più vicino, la fi-

In che modo si conosca dalla tauola Pitagorica quanto volte la figura del

*partitore si contenga nel numero sopra posto.* gura, che risponde a quello nel sinistro lato della tauola mostrerà, quante volte la figura del partitore si contenga nel numero sopra di se posto. Come nel proposto essempio. Sotto la figura 8. nella tauola Pitagorica, non si ritroua il numero 76. sopra il partitore 8. posto: Se adunque si pigliarà il numero 72. minore, & al 76. prossimo, si ritrouerà nel sinistro lato della medesima tauola la figura 9. Adunq; noue volte la figura 8. si contiene nel 76. & così di tutti gl'altri. Pongo dunq; 9. doppo la linea corua, & moltiplico 9. per 8. dicendo 9. via 8. fa 72. che si deuono sottrarre dal numero 76. posto sopra il partitore in questo modo. Leuato 2. dal 6. riman 4. Scancellata dunq; la figura 8. del partitore, & la figura 6. nel num. che si diuide, pongo 4. sopra il 6. & sottratto 7. dal 7. riman nulla. Scancellata dunque la figura 7. nulla pongo sopra la figura 7. Perche vi si douerebbe porre il zero, che sarebbe superfluo, non lo seguendo nissun'altra figura verso la sinistra. Et così s'è finita vn'operatione della diuisione, & rimane questo numero 4048. sì come nell' essempio proposto appare.

```
  4
 76048  (9
  8
```

Doppo promosso il partitore nel luogo precedente sotto il 0. come quì vedi nel secondo essempio, trouo, che 'l partitore 8. è contenuto cinque volte nel numero 40. sopra di se scritto. Pongo dunque 5. doppo la figura 9. già sopra ritrouata, sì come nel seguente terzo essempio si vede, & dico

```
  4
 76048  (9
  88
```

5. via

5. via 8. (cioè moltiplicando la figura 5. ritrouata per il partitore) fa 40. che sottratto dal numero 40. posto sopra il partitore, non lascia niente. Scancellata dunq; la figura 8. del partitore, & le figure 0. & 4. del numero, che si diuide, sarà finita la seconda operatione della diuisione, & rimarrà questo numero 48. Come in questo medesimo terzo essempio si vede.

4
75248 (95
88

4
76248 (95
888

Di nuouo promosso il partitore nel luogo precedente sotto la figura 4. come tù vedi nel quarto essempio, ritrouo, che ne anco vna volta si contiene il partitore 8. nel soprascritto numero 4. Pongo dunque 0. doppo la figura 5. vltimamente ritrouata come s'è fatto in quest' altro quinto essempio. Et perche la figura 0. moltiplicata per il partitore 8, nulla produce, nulla si sottrarrà dal num. 4. posto sopra il partitore. Scancellato dunq; il partitore, sarà finita la terza operatione della diuisione, & resterà il num. 48. si come è manifesto in quest'istesso essempio.

4
76048 (950
888

Finalmente promosso il partitore nel luogo precedente sotto la figura 8. si come qui nel sesto essempio si vede, ritrouo il partitore 8. nel numero 48. sopra-

4
76048 (950
8888

scritto contenersi sei volte. Pongo dunque 6. doppo la figura o. ritrouata vltimamente, si come s'è fatto quì in questo settimo essempio, & dico 6.via 8.cioè, moltiplicãdo la figura 6.ritrouata per il partitore) fa 48.qual numero sottratto dal numero 48. sopra il partitore posto, nulla vi lascia. Scancellata dunque la figura 8.del partitore, & le figure 8 & 4.del numero, che si partisce, sarà finita tutta l'operatione della diuisione, non restãdo altro luogo nel numero, che si partisce, nel quale possi essere promosso il partitore; & nella diuisione non auauzarà cosa alcuna. Di sorte, che tutto il numero Quotiente è 9506.

| | |
|---|---|
| 4<br>76948<br>8888 | (9506 |

Hò posto tanti essempij in questa diuisione, accioche più distintamente apparisce quel che rimane in ciascuna operatione, & quel che si scancella: se bene l'vltimo solo basti per tutti. Di maniera, che nell' operare non e necessario scriuere gl'altri essempij, ma basta, che l'vltimo si metta.

*Il Quotiente quante figure habbia in qualunque diuisione.*

Di modo, che come vedi, il Quotiente ha tante figure, quante volte il parti tore è posto sotto il numero, che si diuide. Il che auuiene ancora in tutt e l'altre diuisioni, ancorche siano fatte per più figure. Perche sempre il Quotiente hauerà tante figure, quante volte tutto il partitore si pone sotto il numero, che si diuide.

*In che modo vn numero si partisca per più figure.*

Si habbia da poi da partire il num. 1832487. per il partitore 469. il quale non con vna sola; ma con più figure si scriue. Quì per sapere, quante volte

volte il partitore sia contenuto nel num. sopra di se scritto, (in questo essempio il num. posto sopra il partitore à 1832.) nõ si ha da cercare questo di tutto il partitore, mà basta, che si cerchi, quãte volte l'vltima sua figura; che in questo essempio è 4. sia contenuto nel num. sopra di se posto. Et quì ancora dico quel numero esser posto sopra l'vltima figura del partitore, ouero, sopra qual si voglia altra, che esprime dalla figura scritta sopra quella, & da tutte l'altre verso la parte sinistra, se ve ne sono, si come nel dato essempio, sopra la figura 4. vi è posto il num 18. & sopra il 9. il num. 1832.) il quale è quì 18. auuertendo però,

Qual numero si dica esser posto sopra qual si vogli a figura del partitore.

42
686
1832387 (3
463

che non sẽpre si deue porre nel Quotiente quella figura di tante vnità quante volte l'vltima figura del partitore si contiene nel numero sopraposto a quella mà diligentemente si deue hauere cura di porui tal figura, che moltiplicata per tutto il partitore con quell'ordine, che hor hora, diremo, produce vn tal numero, che si possa sottrare dal numero sopraposto al partitore, & sotratto lasci vn numero (se pur ne lascierà qualcheduno) minore del partitore. Si che, (per venire all'essempio proposto) ancorche l'vltima figura del partitore, che è 4. si contenga nel sopraposto numero 28. quattro volte, nondimeno perche la figura 4. multiplicata per tutto il partitore, produce vn num. maggiore, che 1832. il qual'è posto sopra tutto il partitore, di sorte, che dal num. sopraposto non li possa quel numero prodotto

sot-

sottrare, non pongo altrimente 4. nel Quotiente, ma 3. Et se questa figura 3. moltiplicata in tutto il partitore, producesse ancor maggior numero, che 823. porrei 2. in luogo del 3. Et se la figura 2. moltiplicata per il partitore, producesse ancor maggior nu. porrei 1. Et così sempre scemarò la figura del Quotiente d'vna vnità, fin che ritroui vna figura, che moltiplicata per il partitore produchi vn n. che si possa cauare dal soprascritto n.

*In che modo si debba moltiplicare la figura del Quotiente, ritrouata per il partitore.*

Ma la figura del Quotiente trouata, così si deue moltiplicare in tutto il partitore. Primieramente si deue moltiplicarla per l'vltima figura del partitore, & leuare questo prodotto dal numero posto sopra quella vltima figura, scancellando però prima quella figura del partitore, insieme co'l numero, dal quale s'è fatta la sottrattione. Dipoi s'hà da moltiplicare nella figura penultima del partitore, & il num. prodotto leuare dal numer. posto sopra la penultima figura del partitore, come prima. Et in questo modo s'hà da moltiplicare in tutte le figure del partitore, &c. Come nel nostro essempio 3. via 4. fa 12. il qual num. così si sottrarrà dal numero 8. soprapposto. Leuando 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 4. del partitore, & la figura 8. del num. che si partisce, ripongo 6. sopra 8. Leuato di più 1. da 1. riman nulla. Dunque scancello 1. Dipoi 3. via 6. fa 18. che dal num. 63. soprapposto si sottrarrà in questa maniera. La distanza del 8. dal 10. (perche 8. da 3. non si può cauare) è 2. a 3. aggiongo 3. & fò 5. che pongo sopra il 3. scãcellata prima la figura 6. dal partitore; insieme con la figura 3 del nu. che si partisce. Ma subito

aggion-

aggiongo 1.(per amor della distanza dal 10. dalla quale s'è fatta mentione) all'1. (cioè alla dicina del numero 18. che si sottrae) & fò 2. che cauato dal 6. rimã 4. il qual ripongo sopra il 6. scãcellata prima la detta figura 6. Vltimamente 3. via 9. fa 27. il qual numero in questo modo s'hà da leuare dal soprascritto numer. 452. La distanza del 7. dal 10. (perche il 7. dal 2. non si può sottrarre) e 3. aggiongo 2. & fò 5. che pongo sopra il 2. scancellata prima, la figura 9. del partitore, & la figura 2. del num. che si diuide. Ma subito aggiongo 1. al 2. (cioè alle dicine del numer. 27. che si sottrae) per cõto della detta distãza dal 10. & fò 3. che sottratto dal 5.) cioè dalla secõda figura del num. 452. dal quale si fa la sottrattione) riman 2. Pongo dunque 2. sopra 5. scancellata prima la detta figura 5. Et cosi s'hauerebbe da seguitare di man in mano, se si trouassero più figure nel partitore. Sarà dunque in questo modo finita vna operatione della diuisione, & rimarrà questo numero 425487. come vedi nel soprapposto essempio.

Portato dipoi il partitore più auanti nel precedente luogo di maniera, che ciascuna figura del partitore muti vn luogo solo, come quì vedi, m'accorgo, l'vltima figura del partitore, cioè il 4. contenersi noue volte nel numero 42. soprapposto. Onde pongo 9. doppo la figura 3. ritrouata nella prima operatione, si come nell'essempio seguente si vede, & dico 9. via 4. fa 39. il qual

| | |
|---|---|
| 42 | |
| 655 | |
| 1832487 | (3 |
| 4699 | |
| 49 | |

nume-

numero così cauo dal numero 42. soprapoſto. La diſtanza del 6. dal 10. (perche 6. dal 2. non ſi può leuare) è 4. aggiongo 2. & fò 6. che pongo ſopra il 2. ſcancellata prima la figura 4. nel partitore, inſieme con la figura 2. nel numero, che ſi partiſce: Et aggiongo 1. al 3. (cioè alle dicine del numero 36. che ſottrarremo) per amor della detta diſtanza dal 10.) & fò 4. che leuato dal 4. nulla auanza. Scancello dũque 4. & di nuouo dico 9. via 6. fa 54. Leuato dunque 4. dal 5 riman 1. & leuato ancora 5. dal 6. reſta ancora 1: Periche ſcancellata la figura 6. nel partitore, inſieme con le figure 5. & 6. nel numero, che ſi diuide, pongo ſopra ogn'vna di quelle la figura 1. Finalmente 9. via 9. fa 81. il quale così cauaremo dal numero 114. ſoprapoſto. Leuato 1. dal 4. riman 3. pongo dunque 3. ſopra il 4. ſcancellata la figura 9. nel partitore, & la figura 4. nel numero, che ſi diuide: Ma la diſtanza dal 8. à 10. (perche 8. dal 1. non ſi può leuare è a 2. aggiongo 1. & fò 3. che pongo ſopra la figura 1. ſcancellata prima detta figura 1. Et per amor della detta diſtanza del 10. leuo 1. dal 1. & niente m'auanza. Scancello dunque 1. & così ſarà finita la ſeconda operatione della Diuiſione: & il numero che rimane ſarà 3387. ſi come nell'eſempio è chiaro.

```
    1
    63
   421
   6553
 1832487 (390
  46999
   4666
    44
```

Di nuouo portato auanti il partitore nel proſſimo luogo ſi come nell'eſempio proſſimo ſi vede, ſi che la figura 9. ſia poſta ſotto 8. ma 6. ſotto

3. &

3.& 4.sotto 3.veggo l'vltima figura del partitore, qual'è 4. ne anco vna volta si contiene nel numero soprapolto. Onde pongo o.doppo la figura 9. già ritrouata, & scancello il partitore. Imperò così sarà finita la terza operatione, & rimarrà il medesimo numero 3387. che restò nell'operatione passata.

Vltimamente portato auanti il partitore nel primo luogo, si come nel medesimo esempio prossimo è manifesto, ritrouo l'vltima figura 4. del partitore contenersi nel numero soprascritto 33. solamente sette volte perche se si pigliasse otto volte, non si potrebbe dal numero soprapolto fare la sottrattione di tutti li numeri, che dal 8. in tutto il partitore si producono. Onde pongo nel Quotiente la figura 7. doppo l'altre figure ritrouate, come in questo esempio si vede, & dico 7. via 4. fa 28. che dal numero 33. in questo modo si caua. La distanza dal 8. al 10. (perche 8. dal 3. non si può cauare) e a 2. aggiongo 3. & fò 5. Scancellata dunque la figura 4. nel partitore. & la figura 3. nel numero, che si diuide, pongo 5. sopra il 3. & per conto della detta distanza dal 10. aggiongo 1. a 2. cioè, alle dicine del numero 28. che si caua, & fò 3. che leuato dal 3. nulla auanza, Onde scancellata la figura 3.

```
      1
     631
    42150
   655364
  1837587      (3907. 101
  169794              409
   4666
    41
```

di nuouo dico 7. via 6. fa 42. che dal numero soprapoſto 58. così cauaremo. Sottratto il 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 6. nel partitore, & la figura 8. nel numero, che ſi partiſce, pongo 6. ſopra 8. Et leuato 4. dal 5. riman 1. Scãcellata dunque la figura 5. pongo 1. ſopra eſſa figura 5. & finalmente dico 7. via 9. fa 63. che dal numero 167. ſopraposto in queſto modo ſi caua, Leuato 3. dal 7. auanza 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, & la figura 7. nel numero che ſe diuide, pongo 4. ſopra 7. Dipoi cauato 6. dal 6. riman 0. Scancellata dunque la figura 6. pongo 0. ſopra quello. Et così è finita tutta la diuiſione, & rimane queſto num. 104. che ſi douerà collocare doppo il Quotiente 3907. ſopra il partitore 469. & tirare vna linea tra di loro, acciò ſi faccia vn numero rotto, cioè, parti 104. di 469. parti nelle quali s'intende qualche coſa intiera eſſer ſtata diuiſa. Nel medeſimo modo nell' altre diuiſione ſi pone quello, che reſta, ſopra il partitore, tirata vna linea tra di loro, acciò ſi faccia vn numero rotto.

*Che coſa ſi habbia da fare del num. che reſta dalla diuiſione.*

Anzi ogni volta, che vn numero minore ſi propone da douerſi partire per vn maggiore, douerà porre il numero, che ſi partiſce ſopra il partitore, tirata la detta linea tra di loro, acciò ſi faccia vn numero rotto. Come ſe ſi doueſſe partire 48. ſcudi in 60. ſoldati ſi farà queſto numero rotto, che quì vedi eſſer poſto: $\frac{48}{60}$ Che ſe ogn'vno pigliarà 48. parti delle 60. nelle quali s'intende vno ſcudo eſſere partito. Ma che coſa ſia numero rotto, & in che modo ſi

*Che ſia da farſi quãdo ſi propone vn num. minore da partire per vn maggiore.*

troui il suo valore, tanto nelle monete, quanto nelli pesi ouero misure: secondo che il numero che si diuide, significa moneta, ouero peso, ò misura diremo quando trattaremo de i numeri rotti.

Sono alcuni che in altro modo moltiplicano la figura del Quotiente, ritrouata in tutto il partitore: Imperoche prima moltiplicando quella per la prima figura del partitore, & il prodotto cauano dal numero soprapposto à quella figura. Doppo la medesima moltiplicano per la seconda figura del partitore, & così di mano in mano per le altre sino à tanto, che arriuino all'vltima; e li numeri prodotti leuino dalli numeri soprapposti. Come se s'hà da partire il num. 3387. per 469. (si come nell'vltima operatione dell'essempio passatto è stato fatto) doppo che hanno ritrouato l'vltima figura del partitore, cioè 4. contenersi 7. volte nel soprapposto numero 33. (perche otto volte non vi può entrare, si come hauemo detto poco fa) posto che hanno nel Quotiente la figura 7. non dicono 7. via 4. fa 28. come facemmo noi, ma 7. via 9. fà 63. il qual numero così sottraggono dal soprapposto numero 3387. Leuato il 3. dal 7. riman 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore & la figura 7. nel numero, che si diuide, pongono 4 sopra il 7. Di più leuato 6. dal 8. riman 2. che pongono sopra l'8. prima scancellato. Dipoi di nuouo dicono 7. via 6. fà 42. che così cauano dal soprapposto numero 332. Leuando 2. dal 2. riman nulla. Scancelata dunque

In che modo alcuni moltiplichino la figura del Quotiente ritrouata nel partitore.

```
   10
  2724
 ) 3387 (7
   469
```

que

que la figura 6. nel partitore, insieme cō la figura 2. nel numero, che si partisce, pongono il 0. sopra il 2. Et perche 4. cioè, l'altra figura del numero prodotto 42. non si può cauare dal 3. pigliano la distanza di 4. à 10. cioè 6. alla quale aggiongo 3. & fanno 9. che scriuono sopra il 3. prima scancellato: Ma per amor della distanza detta dal 10. cauo 1. dall'vltima figura 3. & pongo 2. sopra 3. scancellata prima la figura 3. Finalmente dicono 7. via 4. fa 28. Leuato dunque 8. dal 9. riman 1. che scriuono sopra 9. scancellata prima la figura 4. nel partitore, insieme con la figura 9. nel numero, che si diuide. Di più leuato 2. dal 2. riman nulla. Et così sarà finita l'operatione. In questo modo spesso auuiene, che non si scriuono tante figure sopra il numero, che si diuide, quante se ne pongono in quel primo modo, quando la figura del Quotiente si moltiplica per l'vltima figura del partitore, & poi per la penultima, &c. come di sopra hauemo dichiarato. Il che con li essēpij esperimentarai. Ma quel primo modo appresso gl'Aritmetici, & mercāti è più in vso, & anco più facilmēte in quello si può correggere l'errore, se per sorte si fusse posta vna figura nel Quotiente troppo grande, come adesso insegnaremo.

*In che cōsiste la difficultà del partitore.*

Inteso bene questo essempio, che habbiamo dichiarato, nissuna difficultà s'hauerà nel partire, qualunque numero per vn'altro di quante figure si voglia. Perche tutta la fatica pare, che stia in conoscere, quante volte l'vltima figura del partitore nel numero soprascritto si debba pigliare, accioche questa figura del Quotiente, moltiplicata in tutte le figure dal partitore facia, vn nu-

numero,che dal numero soprascritto si possa sottrarre, & che quel numero, che auanza doppo questa sottrattione, sia minore del partitore.

Che se alcuna volta auuerrà, (il che spesso suole accadere à quelli, che non sono molto essercitati in questo mestiero) che si ponga nel Quotiente vna figura tale, che moltiplicata in tutte le figure del partitore, & leuato il prodotto dal numero posto sopra il partitore, quel numero, che auanza, sia maggiore del partitore, ouero, che tutti li numeri prodotti non si possino sottrarre; se questo accaderà nel principio della Diuisione, facilmente si correggerà l'errore, se si pigliarà nel Quotiente vna figura maggiore, ò minore, secondo sarà bisogno. Perche all'hora si conoscono ancora bene le figure del numero, che si diuide, posto sopra il partitore, ancorche siano scancellate; si che facilmente da queste di nuouo si possono sottrarre li numeri prodotti dalla moltiplicatione della nuoua figura del Quotiente, nelle figure del partitore, massime se le figure cancellate di quel numero, che si diuide, si scriueranno di nuouo ordinatamente sopra l'altre figure scancellate, & il partitore ordinatamente sarà riposto sotto il partitore scancellato, acciò le figure scancellate non ci diano impaccio. Ma se questo auuerrà nel mezzo dell'operatione, ouero verso il fine, l'errore non si potrà così facilmente emendare, conciosia, che a pena si distinguono all'hora le figure del numero, che si diuide, poste in quell'operatione sopra il partitore, dall'altre figure, essendo già scancellate, mescolate con l'altre, & poste sopra il numero, che si

*Quando per il Quotiente è pigliata vna figura troppo piccola ò grande, che cosa si debba fare.*

E di-

diuide. Onde accioche all'hora non siamo forzati a rifare tutta la diuisione, (il che tutti dicono essere necessario) che sarebbe cosa fastidiosissima; & massime, se fossero finite di fare molte operationi della Diuisione, habbiamo ritrouato questo rimedio, il quale, credo, non poco giouamento recarà a coloro, che in questo essercitio non sono molto pratici.

Se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo picola, cioè, se il numero rimasto doppo la sottrattione dei numeri, che dalla multiplicatione di quella figura, in tutte le figure del partitore si producono, sarà maggiore del partitore, sottrarremo il partitore dal numero rimasto tãte volte, quante potremo, fin'à tanto, che resti vn numero minore del partitore, & quante volte il partitore sarà sottratto, tante vnità aggiongeremo alla figura del Quotiente. Ma se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo grande, di modo, che doppo la sottrattione di alquanti numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura, in alquante figure del partitore si produchino, inciampiamo in alcun numero prodotto, che più non possiamo sottrarre, multiplicaremo quella figura del Quotiente nelle figure scancellate del partitore, cioè, li prodotti delle quali già sono stati sottratti, & scriueremo li numeri prodotti per ordine, sopra quelle figure del partitore, aggiontoli prima le figure del numero che auanzò, scancellandole però. Perche in questo modo si restituirà il numero, che prima era posto sopra il partitore auanti quella operatione. Per la qual cosa di nuouo lo partiremo per il partitore, (ri-

nouandolo prima però, quanto alle figure, scancellate, acciò non faccino confusione) pigliando vn'altra figura nel Quotiente, che sia d'vn' vnità minore di quella, che s'era pigliata prima. E se questa figura ancora sarà troppo grande, restitueremo nel medesimo modo il num. posto sopra il partitore, & pigliaremo vn'altra figura minore. Et questo faremo tante volte, finche trouaremo vna figura, che moltiplicata in tutte le figure del partitore, produchi tali numeri, che si possino sottrarre, & che lascino vn residuo minore del partitore. Ma tutte queste cose se faranno più chiare con questo essempio.

HABBIASI da partire il numero 1623149. per 1899. Posto il partitore sotto il numero, che si diuide, imaginiamoci, che qualch' vno poco prattico hauesse pigliato nel Quotiente la figura 4. Onde se diremo 2. via 4. fa 8. che cauato (nel modo, c'habbiamo insegnato nell'essempio passato) dal 16. rimane 8. Doppo 4. via 8. fa 32. che leuato da 82 rimã 50. Di nuouo 4. via 9. fa 36. che cauato del 503. resta 467. Finalmente 4. via 9. fa 36. che leuato da 4674. riman 4635. il qual nu. è maggiore del partitore. Adũque è troppo piccola figura 4. Onde cassato questo auanzo 4635. insieme cõ la figura 4. pigliata: porremo queste figure 16231, che nel num. che si diuide, scancellate sono, sopra l'altre figure scancellate, & rinouato il partitore tãcellato, lo metteremo sotto il partitore, come si vede essere stato fatto in questo essempio. Et così sarà restituito tutto il num. *Essempio del correggere quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo piccola.*

```
      4
     563
    8075
  1623149  (4
    2899
```

che si diuide 162149. insieme co'l partitore, come se ancora non fosse stata cominciata la diuisione. Porremo dunque la figura 5. d'vn'vnità maggiore, che'l 4. nel Quotiente, si come tù vedi in quest' altro essempio, & diremo 5. via 2. fa 10. che leuato dal 16. riman 6. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, & la figura 1. nel numero, che si diuide che significa 10. rispetto della figura 6. diremo di nuouo 5. via 8. fa 40. che cauato dal 62. resta 22. Di più 4. via 9. fa 45. che leuato dal 223. riman 178. Finalmente 5. via 9. fa 45. che cauato dal 1781. resta 1736. il qual numero è minore del partitore; Adunque bene è stata presa la figura 5.

```
      6
     423
    5331
   15278
  162149 (4
   2899
   2899

      1
     23
    578
   4236
   5631
  16075
  162149 (45
   28999
   2899
   289
```

*pio del correggere quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo grande.* MA acciò tu habbia ancor vn'essempio, quando la figura sarà pigliata troppo grande presupponiamo, nel Quotiente del medemo essempio esser stata posta la figura 6. Questa moltiplicata per 2. fa 12. che cauato dal 16. riman 4. Di poi perche 6. via 8. fa 48. che dal 42. non si può cauare, seguita, che la figura 6. pigliata è troppo

```
      4
  161 3149 (6
   2889
```

gran-

grande. Per il che ſcancellato queſto reſto 4. inſieme con la figura 6. pigliata, riporremo le figure. 1. & 6. del numero, che ſi diuide, ſcancellate ſopra

```
   6
  24
1623149 (6
 2899
  2
```

le medeſime figure, & la figura 2. ſcancellata nel partitore ſotto quella; affin che ſi reſtituiſca tutto il numero, che da principio è propoſto per partirlo inſieme co'l partitore, come ſe la Diuiſione non foſſe ancora comminciata, come ſi vede eſſer ſtato fatto nel propoſto eſſempio. Porremo dunque nel Quotiente, come in queſt' altro eſſempio è manifeſto, la figura 5. d'vna vnità minor del 6. diremo 5. via 2. fa 10. che ſottratto dal 16. riman. 6. Scancellata dunque la figura 2. nel parititore & la figura 1. nel numero, che ſi diuide, che

```
   1
   2
  63
 64786
1123149 (65
 2899
  2
```

ſignifica 10. riſpetto della figura 6. di nuouo diremo 5. via 8. fa 40. che cauato dal 62. reſta 22. & 5. via 9. fa 45. che cauato dal 223. riman 178. Finalmente 5. via 9. fa 45. che cauato da 1781. riman 1736. Si hà potuto adunque ſottrarre tutti li numeri prodotti, & è rimaſto vn numero minore del partitore. Per il che bene é ſtata pigliata nel Quotiente la figura 5. Da quel che s'è detto, facilmente puoi intendere, che s' habbia à fare, quãdo nel principio della Diuiſione viene ad eſſer pigliata vna figura troppo picola, ò troppo grãde. Adeſſo ſtà attẽto in che modo l'errore ſi corregga, quando è pigliata nel

partitore, auanti che cominciamo questa operatione, moltiplicaremo la detta figura 6. per le figure scancellatte del partitore, si come è stato detto, cioè 6. via 9. fa 54. aggiongo 2. che è posto sopra la figura 9. del partitore scancellata, & fò 56. Scancellata dunque la figura 2. scriueremo 6. sopra quella, & riserbaremo 5. Doppo 6. via 8. fa 48. aggiontoli 5. che hauemo riserbato, fa 53. Scriueremo dunque 3. sopra il 5. & riserbaremo 5. Vltimamente 6. via 2. fa 12. aggiontoli 5. che hauemo riserbato, fa 17. che porremo sopra il 15. e così sarà restituito il numero, che auanti questa operatione era posto sopra il partitore. Rifatte dipoi similmente le tre figure 2. 8. 9. scancellate nel partitore, scancellata la figura 6. nel Quotiente, poniamo 5. in luogo di quella, come si vede in quest'altro essempio. Et perche 5. via 2. fa 10. che cauato dal 17. riman 7. scancellaremo la figura 2. nel partitore, insieme con la figura 1. nel numero, che si diuide, che significa 10. rispetto della figura 7. & diremo 5. via 8. fa 40. che sottratto dal 73. riman 33. Scancellata dunque la figu-

| | |
|---|---|
| 17 | |
| 153 | |
| 175 | |
| 1336 | |
| 6732 | |
| 4236 | |
| 5831 | |
| 18075 | |
| 1622149 | 9 |
| 28999 | |
| 2899 | |
| 289 | |
| 289 | |
| 2 | |

| | |
|---|---|
| 2 | |
| 38 | |
| 177 | |
| 1336 | |
| 1571 | |
| 2336 | |
| 6732 | |
| 4236 | |
| 5631 | |
| 180759 | |
| 1633149 | (15765 |
| 287999 | |

ra 8. del partitore, insieme con la figura 7. nel numero, che partiamo, scriueremo 3. sopra quella & di nuouo diremo 6. via 9. fa 45. che cauato dal 336. rimane 291. Scancellata dunque la figura 9. del partitore, insieme co'l numero 336. nel numero, che diuidiamo, porremo in luogo di quello 291. & vltimamente diremo 5. via 9. fa 45. che sottratto dal 2914. riman 2869. il qual numero è minor del partitore. Adunque ben è stata pigliata la figura 5.

| |
|---|
| 28979 |
| 2897 |
| 289 |
| 228 |
| 8 |
| 19 |
| 23 |
| 234 |
| 1790 |
| 1536 |
| 1758 |
| 2336 |
| 6782 |
| 4231 0 |
| 56316 |
| 1827596 |
| 162311 9 (1577 57 |
| 2897733 |
| 28999 |
| 289 |
| 289 |
| 228 |

FINALMENTE trasportato il partitore nel prossimo luogo, cioè, nell' vltimo si come nel precedente essempio tù vedi, imaginiamoci l' vltima figura 2. del partitore, esser contenuta nel soprascritto numero. 28. sette volte. Posta dunque la figura 7. nel Quotiente, come tù vedi nel proposto essempio, diremo 7. via 2. fa 14. che cauato dal 28. riman 14. & 7. via 8. fa 56. sottratto dal 146. riman 90. & 7. via 9. fa 63. che sottratto dal 909. riman 846. & 7. via 9. fa 63. che cauato dal 8466. riman 8406. il qual numero è maggiore del partitore. Laonde la figura 7. pigliata e troppo picciola. Per il che sottrarremo il partitore dal

det-

detto resto , quante volte potremo , & scriueremo nel Quotiente vna figura di tante vnità maggiore, del 7. quante volte il partitore sarà sottratto. Così però sottrarremo il partitore in questo seguẽte essẽpio, se prima il partitore sarà restituito, Cauato 2. dal 8. riman 6. & cauato 8. dal 64. riman 56. & cauato 9. dal 560. riman 551. Vltimamente cauato 9. dal 5516. riman 5507. il qual numero è maggiore ancora del partitore. Di nuono dũque cauato 2 ,dal 5. riman 3. & cauato 8. dal 35. riman 27. & cauato 9. dal 270, rimã 261. Vltimamente cauauato 9. dal 2617. rimã 2608. il qual numer. già è minor del partitore, Adunque perche due volte è stato sottratto il partitore , scriueremo nel Quotiente , scancellata prima la figura 7, il numer. 9. cioè maggior di 2. vnità, che 7. Si che tutto il nu. Quotiẽte è 559. Siamo stati constretti di dichiarare tutta questa cosa cõ tãti essempij, acciò s'intẽdesse più chiaramẽte quello

1
3
5
66
87
195
316
384
1790
15360
17511
23360
67821
923608
563167
1805596
16231189 (4576579
289999
289999
2899
289
228
28

che rimane in ciascuna operatione, ancorche quest' vltimo solo sia bastante per tutti. Et benche habbiamo dichiarato questo rimedio con tante parole, l'uso nondimeno insegnarà facilmente la cosa esser più breue, & più facile di quello, che con parole si può esprimere.

ADVNQVE se ci seruiremo di questo rimedio ogni volta, che nel Quotiente sarà stata pigliata vna figura maggiore, ò minor di quella, che si deue, è incredibile, quãto facilmẽte qualũque nu. si partirà per qual si voglia altro n. Perche cõ questo rimedio nõ è necessario, che siamo tanto sollect iti, qual figura in qual si voglia operatione nel Quotiente scriuer dobbiamo: poiche facilmente, & quasi senza alcuna fatica l'errore, se alcuno ne sarà stato fatto, potremo correggere con questo rimedio. Si che questo modo di partire, che fin quì insegnato habbiamo, è tra tutti gl'altri, che sogliono esplicarsi d'altri Autori il più eccellente più migliore, & più ispedito; & perciò, chi desidera esser' eccellẽte nell'arte di cõtare, deue porre gran cura, & diligenza d'essercitarsi in quello.

PEROCHE se bene alcuni moltiplicano la figura posta nel Quotiẽte per tutto il partitore, & il num. prodotto scriuono sotto il partitore, ponendo la prima figura sotto la prima, & la secõda sotto la seconda, &c. per cauarlo dal num. posto sopra il partitore, la qual cosa senza dubbio è certa, & facile: nientedimeno fa la diuisione più longa del douere, & non poco ritarda colui, che partisce. Peroche à partire, verbi gratia, questo num. 40689. per 1298. doppo che nella prima operatione hanno posto nel Quotiènte la figura *In che modo gl'altri fascino la diuisione.*

3. mol-

figura 3. moltiplicano quella per il partitore; prima però per l'8. dicendo 3. via 8. fa 24. Per il che scriuano 4. sotto l'8. & saluano 2. Doppo 3. via 9. fa 27. aggiontoli 2. ch'era saluato, fa 29. Posto adunque 9. sotto li 9. serbano 2. &c. Doppo questo, scancellato il partitore, leuano 4. dal 8. & pongono il resto 4. sopra l'8. scancellate prima le figure 4. & 8. &c. Portato poi inanti il partitore, vanno seguitando nel medemo modo. Il che noi più breuemẽte fatto hauemo, non scriuendo il numer. prodotto sotto il partitore. Ha nientedimeno questo modo, questa commodità, che dall'istessa operatione facilmente s'intende, se la figura pigliata nel Quotiente è troppo grande, ò nò. Percioche se il num. prodotto dalla moltiplicatione di quella figura il partitore si potrà sottrare dal numer. posto sopra il partitore, & ne lasciarà vn numer. minore del partitore quella figura sarà stata pigliata bene: se non senza dubio s'hauerà errato.

*La commodità del partire in questo modo.*

45
1721
40489 (31
12988
3894
127

CHE altri ancora moltiplicano prima il partitore per tutte le figure significatiue, scriuendo ciascun numero prodotto appresso la figura moltiplicante, affin che tra quelli numeri prodotti cerchino il numero posto sopra il partitore, & quello ritrouato, ouero se non si ritroua, pigliato il minore più propinquo, pōghino la figura moltiplicante scritta appresso quel numer. nel Quotiente, & il num. pigliato sottraggano dal num. posto sopra il partitore, è cosa ancora facile, & commoda, massime alli principianti, & poco esser-

sercitati in quest'arte, ma troppo lunga, & fastidiosa. Imperoche à partire, per essempio questo numero 97086. per 37. pongon'il partitore appresso l'1. dipoi il medesimo dopiato appresso il 2. & triplicato appresso il 3. &c. Doppo tra questi numeri cercano il numero 97. posto sopra il partitore, il quale perche non ce lo ritrouano, pigliano 74. che è minore, & più vicino, & la figura 2. incontro di quello posto scriuono nel Quotiente, & leuane 74. dal 97. scriuendo il rimanente numero 23. sopra il 97. scancellate prima le figure 7. & 9. insieme co'l partitore. Dipoi promosso il partitore, ricercano tra li medesimi numeri, questo numero 230. posto sopra il partitore, il quale non ritrouato, pigliano 222, che è minore, & più vicino, & pongono la figura 6. incontra di quello posta nel Quotiente, & finalmente il numero 222. sottragono dal 230. Et in questo modo seguitando, finiscono tutta la diuisione. Ma chi non vede, che la diuisione in questa maniera si tira più in lungo che non sarebbe il douere, & massime, se il partitore si scriuerà con quattro, cinque ouero più figure?

| | |
|---|---|
| | 37 — 1 |
| | 74 — 2 |
| 23 | 111 — 3 |
| 97086 (26 | 148 — 4 |
| 377 | 185 — 5 |
| 3 | 222 — 6 |
| | 259 — 7 |
| | 296 — 8 |
| | 296 — 8 |

MI piace (nientedimeno) grandemente vn'altro modo di partire, chiamato da Italiani, per Danda, il quale è sicurissimo; Imperoche subito si può emendare l'operatione, se fosse pigliata nel Quotiente vna figura troppo grande, ò trop- *Come si facci la partitione per Dãda.*

troppo piccola:& non si cassano le figure del numero, che si diuide. Il modo è questo, alquanto differente da quello, che gl'altri vsano, ma più commodo. Habbiasi, verbi gratia, da partire il num. 1904639. per 2978. Posto il num. con la linea curua (. scriuasi il partitore sopra il luogo, doue si hà da porre il Quotiente, acciò la multiplicatione si facci più facilmente. Dipoi sotto il 6. doue starebbe la prima figura 8. del partitore, se s'hauesse da scriuere sotto il num. che si diuide, come nell'altro modo del partire si faceua, si mette vn ponto per sapere doue si hà da cominciare la sottratione. Dicendo adunque 2. (cioè, l'vltima figura del partitore) nel 19. entra 6. volte (perche 9. ò 8. ò 7. sarebbe troppo) si pone nel Quotiente 6. Et si dice, 6. via 8. fa 48. cauando 8. da 6. non si può, ma andando a 10. ce ne vanno 2. & giungendo 6. si fanno 8. che si scriuono sotto il 6. & si ritiene in mente 5. cioè 4 per li 40. & 1. per li 10. in oltre 6. via 7. fa 42. & aggiontoci 5. che ritenemmo, fanno 47. cauando 7. da 4. non si può, ma insino à 10. habbiamo 3. che cō 4. fanno 7. che si scriue sotto il 4. & riteniamo 5. per conto delli 40. & 10. Di più 6. via 9. fa

| | |
|---|---|
| | (2978 |
| | ( |
| 1904639 | (639 $\frac{1697}{2978}$ |
| 1178 : : | |
| 2849 . | |
| 1697 | |

| | |
|---|---|
| | 2978 |
| 1904639 | (639 $\frac{1697}{2978}$ |
| . . . | |
| 1178 . . | |
| 1849 . | |
| 1697 | |

54.& aggiontoci 5.ritenuti,fanno 59.Cauãdo 9. da o.non si può,ma insino à 10.habbiamo 1. che si scriue sotto il o. & si ritiene 6. per conto delli 50.& 10.vltimamente 6. via 2. fa 12. che con 6. riseruati,fanno 18. che cauati dal 19. rimane 1. che si scriua sotto il 9.

Fatto questo,si mettono sotto il 3. due ponti, acciò sotto quelli si cominci la sottratione. Et si dice 2.i 11.entra tre volte,perche 5.& 4. sarebbe troppo,& nel Quotiẽte si pone 3. che si moltiplica con tutto il partitore,come prima,cioè 3. via 8.fa 24.Cauando 4.dal 3.non si può, ma insino à 10.habbiamo 6. che con 3. fanno 9. che scriue sotto il 3.& si tiene 3.per cõto delli 20.& 10. Di più 3. via 7.fa 21.che con 3.seruati fanno 24.Cauando 4.dal 8.restano 4.per mettere sotto l'8.& si ritiene 2.per li 20.In oltre 3.via 9.fa 27.che cõ 2.riseruati,fãno 29.Cauãdo 9.dal 7.nõ si può.ma insino à 10.n'habbiamo 1.che cõ 7.farà 8.da mettersi sotto il 7.& si riseruerà 3.per amor delli 20. e 10.Finalmẽte 3.via 2 fa 6.che cõ 3.riseruati, fãno 9.che da 11.cauati lasciã 2.da porsi sotto l'1.

Finito questo, si mettono tre ponti sotto il 9. acciò sotto quelli si cominci à sottrare. Et perche 2.in 18. entra 9.volte,si porrà 6. nel Quotiente, & si dice 9.via 8.fa 72.Cauando 2. dal 9. restano 7.che si pongono sotto il 9. & si riseruano 7. per conto delli 70.Dipoi 9.via 7. fanno 63. che con 7.seruati,fanno 70.Cauando o.dal 9.restano 9. da scriuersi sotto il 9.& si riserua 7.per amor delli 70.In oltre 9.via 9.fanno 81.che con 7.riseruati fanno 88.cauando 8.dal 4.non si può,ma insino à 10.n'habbiamo 2.che con 4.fanno 6.da

scri-

ſcriuerſi ſotto il 4. & ſi ritengono 9. per conto delli 80. & 10. Vltimamente 9. via 2. fanno 18. che cõ 9. riſeruati fanno 27. che ſotrratti dal 28. laſciau 1. da metterſi ſotto l'8. Et così tutto il Quotiente ſarà 639. & il reſiduo ſarà 1697.

Di maniera, che come vedi, tuita la difficoltà in queſto modo conſiſte in tenere à memoria le dicine, che ſi riſeruono. Et in vero queſto modo è belliſſimo, perche ſi vede deſtintamente il reſiduo di ciaſcuna operatione; ſi che, quando foſſe pigliata vna figura troppo grande, ò troppo piccola, ſubito ſi può caſſare quella inſieme col'reſiduo falſo, & pigliarne vn'altra.

*Prima proua della Diuiſione per la regola del 9.*

Reſta, che moſtriamo, come ſi fa la proua della Diuiſione la qual proua è di tre ſorti. La prima ſi fa co'l buttar via il 9. in queſto modo. Buttato via il 9. dal partitore, quãte volte ſi può, come nel capitolo del raccorre habbiamo inſeguato, pongaſi quello ch'auanza, nella ſiniſtra parte della croce. Di più buttati via li 9. dal Quotiẽte, quante volte ſi può, pongaſi quel ch'auãza, nella deſtra parte della croce. Moltiplicati dipoi queſti due nu. reſidui tre di loro, & dal prodotto buttati via li 9. quãte volte ſi può, pongaſi queſto reſto, ſe nella Diuiſione nõ è auãzato nulla, nella ſuprema parte della croce. Ma ſe ſarà auãzato qualche num. nella Diuiſione, s'hauerà d'aggiongere quell'vltimo reſto cõ le figure di queſto auãzo della Diuiſione; leuãdo però ſempre li 9. & porre quel ch'auãza nella parte ſuperiore della croce. Vltimamente leuati li 9. dal num. che ſi partiſce, quante volte ſi può pongaſi quel ch'auanza, nella parte di ſotto della croce. Perche ſe queſto reſto ſarà

vgua-

vguale à quel resto, che fù posto nella parte di sopra della croce, bene sarà stata fatta la Diuisione, altrimente male.

Si che questa Diuisione quì posta, si prouarà, così. Buttati via li 9. dal partitore 23. riman 5. & leuati li 9. dal Quotiente 176. rimane ancora 5. & moltiplicati questi resti 5. & 5. tra di loro fãno 25 del quale se si leuano li 9. riman 7. il quale, perche nella Diuisione non è auanzato niente, pongo nella parte superiore della croce. Et perche leuati li 9. dal numero 4048. che si partisse, rimane ancora 7. seguita, che la Diuisione è stata fatta bene.

```
  2                 7
 132
 273   (179    5    X    5
4048
 2333               7
  22
```

Ma quest'altra diuisione quì posta in questo modo, si prouarà. Leuati li 9. dal partitore 236. riman 2. Leuati ancora li 9. dal Quotiente 193. riman 4. Moltiplicati questi resti 2. & 4. tra di loro fanno 8. dal quale nõ si possono leuare li 9. Questi 8. dũque si douerebbe porre sopra la croce, se nõ fosse auãzato niẽte nella Diuisione; ma perche auãzò 120. diremo 8. & 3. fãno

```
    1
    2
   183                3
   434
  22080          2    X    4
  45678   (193
  23666               3
   233
    2
```

11. leuati li 9. riman 2. aggiongo 1. & fò 3. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 9. dal uumero 45778. che è partito, resta ancora 3. sarà perciò stata fatta ben la Diuisione.

La seconda proua si fa co'l buttar via il 7. come habbiamo insegnato nel capitolo del raccorre, pur che dal resto della Diuisione, se vi sarà nel medesimo modo si leuino li 7. & l'auãzo s'aggiõga à quell'auanzo, che nella proua del 9. habbiamo detto di douersi aggiongere all'auanzo della Diuisione, & della somma raccolta si leuino li 7.

Come per essempio. La prima delle due prossime Diuisioni, così si prouerà. Buttati li 7. dal partitore 23. riman 2. & leuati li 7. dal Quotiente 176. riman 1. & moltiplicati questi resti 2. & 1. tra di loro fanno 2. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 7. dal nu. 4048. che è partito, rimane ancora 2. sarà per questo fatta bene la Diuisione.

| | | |
|---|---|---|
| | 2 | |
| 2 | X | 1 |
| | 2 | |

Ma la seconda Diuisione in questo modo si prouarà. Leuati li 7. dal partitore 236. riman 5. & leuati li 7. dal Quotiente 193. auãza 4. & moltiplicati tra di loro questi due resti 5. & 4. & dal prodotto 20. leuati li 7. rimã 6. il quale se niente fosse restato nella Diuisione, si douerebbe porre sopra la croce: ma perche auanzò il num. 130. dal quale se si leuaranno li 7. resta 4. che aggiunto à quell'vltimo resto 6. serbato fa 10. dal quale se si leuarà li 7. restarà 3. da douersi porre sopra la croce: Il medesimo

| | | |
|---|---|---|
| | 3 | |
| 5 | X | 4 |
| | 3 | |

an-

ancora rimane, se dal numero 45678. che è partito, si leuaranno li 7. Adunque bene è stata fatta la Diuisione. Ma l'vna, & l'altra di queste proue può esser fallace, per la ragione detta di sopra.

La terza proua, che è certa, nè vi può essere inganno alcuno si fa per la moltiplicatione. Perche se il Partitore, & il Quotiente tra di loro si moltiplicaranno, & al num. prodotto s'aggiongerà l'auanzo della Diuisione (se vi sarà) si verrà a fare il numero, che è partito, ogni volta, che nella Diuisione non si sia errato. Di maniera, che l'vltima delle prossime due Diuisioni, così si prouerà. Moltiplicato il partitore 236. per il Quotiente 193. auanti, che li numeri prodotti si raccolghino insieme, si scriua sotto quelli il resto della Diuisione, che è 130. cioè, la prima figura sotto il primo luogo, & la seconda sotto il secondo luogo, &c. Perche se racorremo il num. prodotto, & questo auanzo in vna somma, con quel ordine, che habbiamo insegnato nel capitolo della moltiplicatione, si produrrà il numero 45678. che è stato partito.

*Terza proua della diuisione per la regola della moltiplicatione.*

|  |
|---:|
| 236 |
| 193 |
| 708 |
| 2124 |
| 236 |
| 130 |
| 45678 |

GIOVA qualche volta, quando fatta qualche operatione della Diuisione, dubiti di non hauer errato in qualche cosa, prouare la Diuisione cõdotta fin lì, prima che tù vada più auanti in vano per vedere, se per sorte fosse commesso errore. Prouerai, però quella parte della Diuisione, non altrimẽte, che l'altre Diuisioni, lasciãdo da parte le figure del nu. che si partisce, sotto le quali an-

*Fà al proposito alcuna volta, auanti che si finisca di diuidere farne la proua.*

cora nõ è posto il partitore. Come in questa Diuisione posta quì, fatta la prima operatione, così la prouerai per la proua del 9. Leuati li 9. dal partitore 2898. rimã 0. & leuati li 9. dal Quotiẽte 2. rimã 2. Moltiplicati tra di loro questi due resti 0. & 2. si produce 0. il qual 0. si douerebbe porre sopra la croce, che non fosse auãzato qualche cosa nel partitore: ma perche sono auanzati, 913. s'hà da leuare li 9. da questo resto. Il che fatto, rimã 4. douersi porre nella parte di sopra della croce. Et altretanto rimane, se si leuano li 9. dal n. 6709 fin quí partito, lasciãdo le figure 456. sotto le quali ãcora non vi è stato posto il partit.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 191 | | 4 | |
| 2123 | | | |
| 6709456 (2 | 0 | X | 2 |
| 2898 | | | |

*Facilità di diuidere, quando il partitore nel principio hà alcuni zeri.*

SE il partitore nel principio hauerà alcuni zeri facile sarà la Diuisione, se del num. che si partisce, si leuaranno tante figure dalla banda destra, quanti zeri ha il partitore, & il num. che resta, si partirà per il partitore, leuate prima quelle cifre; Ma l'auãzo di questa Diuisione, se vi sarà, si deue porre verso la parte sinistra, auanti le figure leuate per far il Numeratore del numero rotto, dal quale il Denominatore sarà tutto il partitore insieme con li zeri. Et se nella Diuisione non è restato niente, si doueranno mettere le figure leuate in luogo del Numeratore del numero rotto. Come se il num. 13946007693. si debba partir per 38000000. leuaremo da quello queste prime sei figure 007693. dalla parte destra quanti a ponto sono li zeri nel principio del partitore; & il num. restante 13946. partiremo per 38. la-

2
279
456
13946 (367 $\frac{7693}{38000000}$
3888
33

ſciando quei ſei zeri, come è ſtato fatto in queſto eſſempio. Ma perche nella diuiſione non è auanzato niente, ſcriueremo ſopra il partitore il num. 7693. che hauemo tolto via; perche quelli due zeri della parte ſiniſtra non ſignificano niente, però ſi deuono laſciare.

Di più ſe il medeſimo numero 1394007693. ſi habbia da partire per 300800000. leuaremo da quello queſte prime cinque figure 07693. cioè quanti ſono li zeri nel principio del partitore, & partiremo il numero reſtante 139460. per 3008. laſciando quelli cinque zeri, ſi come è ſtato fatto in queſt'altro eſſempio.

09
1112
1339460 (46 $\frac{109207693}{300800000}$
30088
300

Ma perche della diuiſione è auanzato queſto numero 1092. ſe quello riponeremo verſo la parte ſiniſtra auanti tutte queſte figure 07693. che dal numero, che ſi diuide, leuammo via, metteremo ſopra il partitore tutto queſto n. 109207693. come nell'eſſempio ſi vede.

DI qui è, che ſe l'vltima figura del partitore ſarà 1. & tutte l'altre zeri, il Quotiente ſarà il numero ſteſſo, che ſi partiſce, leuate prima da quel-

lo tante figure verso la parte destra quanti zeri sono nel partitore; ma il Numeratore del numero rotto sarà il numero leuato. Come se il numero 4780920345. s'habbia da partire per 100000. sarà il Quotiente 47809.$\frac{20345}{100000}$. Così ancora se il num. 9700203. s'habbia da partire per 10000. il Quotiente sarà 970.$\frac{303}{10000}$. & così di tutti gl'altri.

*Si fa alcuna volta facile la Diuisione quãdo il numero, che si diuide hà nel principio alcuni zeri.*

NE questo è da lasciare in dietro, che se il numero, che si partisce, hauerà alcuni zeri nel principio, & auanti, che sia finita tutta la diuisione, nissuna figura significatiua nella diuisione sarà auãzata, all'hora deuono porsi doppo il Quotiẽte trouato tutti li zeri del numero, che si partisce, non ancora scancellati. Come se si hà da partire il numero 1863000000. per 345. perche doppo la seconda operatione, niente nella diuisione è rimasto, se doppo il numero Quotiente 54. ritrouato si scriueranno li cinque zeri del numero, che si partisce, non ancora scancellati, si farà tutto il Quotiente 5400000. & sarà finita la diuisione.

```
  110
  338
 1863000000   (5400000
  3455
   34
```

*Il sõmare, sottrarre, moltiplicare, & diuidere, sono fondamento di tutto quello, che si tratta nell'Aritmetica.*

DA queste cose, che detto habbiamo del raccorre, sotterarre, moltiplicare, & il partire li numeri intieri, deponendo tutte l'altre cose, che si trattano in tutta l' Aritmetica, come da principij, & elementi: Di sorte, che in ogni cosa manderà ad essecutione per quelle, & niente altro s'hauerà da commandare, che si faccia per sciogliere qual si voglia questione Aritmetica, fuera

di raccorre, sottrarre, moltiplicare, ò partire li numeri. Di maniera, che se alcuno non sarà molto bene essercitato in quelle quattro operationi Aritmetiche, in vano anderà innanzi all'altre cose, che siamo per trattare.

# DEL MODO

## DI NVMERARE

## Li Numeri rotti.

### *Cap. VI.*

SI come di sopra habbiamo numerato i numeri intieri, & più numeri propostoci in vna somma racolto, sotrratto l'vno dall'altro, moltiplicatone due qual si voglia tra di loro, & finalmente partito l'vno per altro: Così in quel che seguita, ci bisogna fare il medesimo ne i numeri rotti, i quali con altro nome si soglieno chiamare minutie, ò fragmenti.

IL numero rotto, ò minutia, ò fragmento, che vogliamo dire, è vna, ò più parti di qual si voglia cosa intiera diuisa in più parti vguali. Come s'alcuno intiero sarà partito in cinque parti vguali, & vno ne pigliarà vna di quelle parti, quella quinta parte si chiamarà numero rotto. Così ancora s'alcuno pigliarà due, tre, ò quattro parti, quelle due, tre, ouero quattro, cinque parti si diranno numero rotto. *Che cosa sia Numero rotto, ò minutia, ò fragmento.*

CIASCVNA minutia contiene due numeri, *Qual sia*

 che

che nel proferirla s'esprimono. Il primo si chiama Numeratore, perche numera, quante parti contiene il numero rotto di quelle parti, nelle quali è diuiso quel tutto, del quale il numero rotto è fragmento: L'altro si chiama Denominatore, perche da nome à quelle parti del numero rotto, cioè, mostra in quante parti il tutto s'intenda esser partito. Come quando si propone vn rotto, che contenga tre quinte parti, il Numeratore, è 3. perche significa, in quel rotto contenersi tre parti dell'intiero; Ma il Denominatore è 5. perche mostra, quelle tre parti non essere di qual si voglia sorte, ma quinte parti.

*il Numeratore, & il Denominatore, della minutia.*

*Ogni numero rotto in che modo si scriua, & si pronuntia.*

OGNI numero rotto si scriue in questo modo. Il Denominatore si pone diritamente sotto il Numeratore tirando vna linea frà l'vno, & l'altro numero. Come per essempio tre quinte parti si scriuono in questo modo $\frac{3}{5}$. & l'vno, & l'altro numero si proferisce per il suo nome, pronuntiando però nel primo luogo il Numeratore. Come dire, il detto numero rotto così si hà da proferire, tre quinte. Et questo $\frac{25}{48}$. così, venticinque quarant'ottesimi, ouero venticinque quadragesime ottaue, & significa, qualche intiero essere diuiso in quarant'otto parti vguali, & di quelle esserne state prese venticinque.

*Donde naschino numeri rotti.*

NASCANO per il più i numeri rotti dall'auanzo della diuisione di numeri intieri. Imperoche quando resta qualche cosa nella diuisione, si fà da quello il Numeratore del rotto, che ha per Denominatore il partitore, si come hauemo detto di sopra. Come per essempio, quando si diuide 46. per 7. il Quotiente è 6. &

auan-

auanza 4. Si fa adunque questo rotto $\frac{4}{7}$. Si che tutto il Quotiente sarà 6. $\frac{4}{7}$. Così ancora, quando si propone vn minore numero da diuidere per vn maggiore, si fa vn rotto, del quale il Numeratore è il numero, che si ha da diuidere, & il Denominatore è il partitore. Come se si doueranno diuidere 4. per 7. si farà questo rotto $\frac{4}{7}$. & significa 4. esser diuiso per 7. Si che questa minutia $\frac{4}{7}$. sia la settima parte di questo numero 4. Parte dico Denominata del partitore 7. Imperoche, si come, quando partiamo 12. per 3. si troua il numero 4. che è la terza parte del numero 12. diuiso, vna parte dico Denominata dal partitore: Così ancora quando diuidiamo 4. per 7. si fa il Quotiente $\frac{4}{7}$. che la settima parte del numero 4. diuiso. Parte dico denominata dal partitore, Per la medesima ragione qual si voglia altra minutia, è parte del Numeratore denominata dal Denominatore. Come questa minutia $\frac{3}{4}$. è la quarta parte del 3. Perche quando si diuide 3. per 4. si fa il Quotiente $\frac{3}{4}$. Donde nasce che se si pigliarà la minutia $\frac{3}{4}$. quattro volte, si farà $\frac{12}{4}$. che sono vguali al 3. si come da quello, che poco più a basso scriueremo, sarà manifesto. Et così diremo degl'altri numeri rotti.

*Quādo vn minor numero si diuide per vn maggiore, si fa vn rotto.*

*Qual si voglia numero rotto è del Numeratore denominata dal Denominatore.*

## LA STIMA O VALORE DEI *numeri rotti.* *Cap. VII.*

LA stima, ò valore di qual si voglia minutia cresce, quando restando il medesimo Numeratore si scema il Denominatore: ouero, quando restando il medesimo Denominatore, il Numera-

*Come cresca il valore delle minutie.*

ratore cresce. Come in questi rotti $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$. ouero in questo $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$, ciascheduno, che si piglia, è maggiore del suo precedente, come, dalle cose seguenti sarà chiaro. Et nelli primi, restando sempre il medemo Numeratore, e il Denominatore si diminuisce; Mà nelli secondi, restando sempre il medesimo Denominatore, il Numeratore s'accresce.

*Come si diminuisce il valore delle minutie.*

MA là stima, ò valore di qual si voglia minutia si diminuisce, quando restando il medesimo Numeratore, il Denominatore s'accresce: ouero quando restando il medesimo Denominatore, il Numeratore si diminuisce. Come in questi rotti $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. ouero in questi altri $\frac{7}{8}, \frac{6}{8}, \frac{5}{8}, \frac{4}{8}, \frac{3}{8}$. ciascuno, che si piglia è minore del suo precedente come dalle cose, che seguitando; si farà manifesto: Et nelli primi, restando sempre il medesimo Numeratore, il Denominatore s'accresce; Ma nelli secondi, restando il medesimo Denominatore, il Numeratore si diminuisce.

*Le minutie delle quali i Numeratori hanno la medesima proportione alli Denominatori sono vguali.*

Di più tutte le minutie, delle quali il Numeratore d'vna habbia al suo Denominatore la medesima proportione, che li Numeratore dell'altre hanno alli loro Denominatori rispondenti, tra loro sono vguali. Come queste minutie, $\frac{1}{2}, \frac{8}{16}, \frac{50}{100}, \frac{100}{200}, \frac{5}{10}, \frac{9}{18}$. tutte tra di loro sono vguali. Perche il Numeratore di ciascuna hà proportione subdupla al suo Denominatore cioè, viene ad essere la metà di esso. Così ancora queste $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{36}{48}, \frac{90}{120}$. Perche il Numeratore di ciascuna hà proportione subsesquitertia al suo Denominatore, cioè, contiene tre quarte parti di esso.

*Se il Numeratore*

ET perche se due numeri si multiplicano per

vn medesimo numero, ouero se partiscono per vn medesimo numero, li numeri prodotti hanno la medesima proportione, che quelli due numeri moltiplicati, ò diuisi, seguita, che moltiplicandosi, ouero diuidendosi il Numeratore, & Denominatore per qual si voglia numero, si produca vn'altra minutia del medesimo valore, benche habbia numeri maggiori, o minori. Come in questa proposta minutia $\frac{6}{9}$. sè l'vno, & l'altro suo numero si moltiplicarà per 3. si produrrà la minutia $\frac{18}{27}$. del medesimo valore. Così ancora se l'vno, & l'altro numero si diuiderà per 3. si farà la minutia $\frac{2}{3}$. del medesimo valore. Et ancorche tutto questo si possa dimostrar dal 7. lib. di Eclide, ci contentaremo nondimeno di dichiarare la cosa con vn'esempio in queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. doue la verità di questa cosa chiaramente apparirà. Percioche se si pigliarà il numero 9. il quale ha la terza parte, & la nona, saranno, le due terze parti di esso vguali a sei noue parti del medesimo. Perche essendo la terza parte di quello 3. faranno due terze parti 6. Così ancora, essendo la nona parte 1. saranno ancora sei noue parti 9. Adunque sono vguali queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. & così dell'altra.

*Se il Numeratore, & il Denominatore di qual si voglia rotto si moltiplicarà, ouero si diuiderà per qual si voglia numero, si produrrà vn rotto del medesimo valore.*

QVANDO ancora il Numeratore d'alcuna minutia è vguale al Denominatore, quella minutia s'aggualia a vn'intiero. Come, qual si voglia di queste minutie $\frac{2}{2}$. $\frac{6}{5}$. $\frac{2}{2}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{1}{1}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{0}{5}$. $\frac{0}{5}$. fà vn'intiero, cioè, quello, che è diuiso in parti denominate dalli Denominatori: Percioche nel Numeratore si contengono tutte le parti, nelle quali l'intiero, ouero il tutto è stato partito.

*Qual minutia s'agguaglia à vn' intiero.*

MA

*Qual minutia sia minore di vn'intiero.*

MA quando il Numeratore della minutia è minore del Denominatore, all'hora quella minutia sarà minore d'vno intiero. Come sono queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{9}{10}$. Perche a ciascuna mãcano a fare l'intiero tante parti denominate del suo Denominarore, di quante vnità è minore il Numeratore del Dominatore. Cioè, a questa minutia $\frac{3}{2}$. manca $\frac{1}{3}$. & a questa $\frac{4}{7}$. manca $\frac{3}{7}$. & a questa $\frac{9}{10}$. manca $\frac{1}{10}$.

*Qual minutia sia maggiore d'vn'intiero.*

FINALMENTE quando il Numeratore della minutia è maggiore del Denominatore detta minutia è maggiore d'vn'intiero. Come sono queste $\frac{4}{3}$. $\frac{44}{7}$. $\frac{10}{4}$. $\frac{5}{[illegible]}$. perche nel Numeratore di ciascuna si contengono più parti, che non son quelle, nelle quali il tutto, ouero l'intiero è stato diuiso.

*Come si conosca di due minutie proposte, quale d'essa sia maggiore.*

QVANDO saranno proposte due minutie, & vorrai conoscere, quali di esse sia maggiore, terrai questa regola. Poste le minutie per ordine, moltiplica i numeri di quelle in croce, cioè, il Numeratore della prima nel Denominatore della seconda, & il Numeratore della seconda nel Denominatore della prima, ponendo li numeri prodotti sopra li Numeratori. Perche quella minutia, della quale il Numeratore hauerà prodotto maggior numero, sarà maggiore. Che se li due numeri prodotti saranno vguali, saranno le minutie proposte ancora vguali. Come nel primo di questi tre essẽpi, maggiore è la secõda mi-

| 16. | | 18. | 41. | | 40. | 48. | | 48. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{2}{3}$ | X | $\frac{6}{8}$ | $\frac{1}{2}$ | X | $\frac{2}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | X | $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{6}$ |

nutia $\frac{6}{8}$. che la prima $\frac{2}{3}$. perche il numero 18. prodotto dalla moltiplicatione del 6. cioè, del Nu-

me-

meratore della seconda minutia, nel 3. cioè, nel Denominatore della prima, è maggiore, che'l numero 16. prodotto dalla moltiplicatione del 2. cioè, del Numeratore della prima minutia, nell'8. cioè, nel Denominatore della seconda. Mà nel secondo essempio maggiore, è la Minutia $\frac{1}{2}$. che $\frac{20}{41}$. Nel terzo essempio finalmente le minutie $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{1}\frac{2}{6}$. sono vguali, come è manifesto dalle moltiplicationi fatte in croce. La cagione di questa regola è, che quando li Numeratori moltiplicati in croce per li Denominatori, producono vguali numeri, si troua vna medesima proportione delli Numeratori alli Denominatori, come è chiaro della propos. 19. del 7. libro di Euclide. Per la qual cosa, come habbiamo detto di sopra, le minutie saranno vguali. Di quì nasce, che quel Numeratore, che produce maggior numero, hà maggior proportione al suo Denominatore, & perciò quella minutia è maggiore, si come è stato detto di sopra. Ma accioche tù impari con l'esperienza, che la minutia $\frac{6}{8}$. sia maggiore, che $\frac{2}{3}$. pigliamo il numero 48. che hà parti denominate dalli Denominatori di queste minutie, cioè, l'ottaua parte, & la terza. Essendo dunq; che vna ottaua parte di questo numero 48: sia 6. saranno sei ottaue 36. & essendo ancora, ch'vna terza parte del medesimo numero sia 16. sarrãno le due terze 32. il qual numero è minore di 36.

Hora se sarà data alcuna minutia di qualche moneta, ouero di peso, ò di misura maggiore, & tù desideri di ritrouare il valore di quella in minore moneta, ouero peso, ò misura, cioè, ridurre quella à minore moneta, &c. farai in questo modo.

*In che modo si ritroui il valore di vna minutia data in*

*minor moneta, peso ouero misura.*

do. Moltiplica il Numeratore per il numero, che significa, quante volte la moneta minore, alla quale si hà da ridurre il rotto si contiene nella maggiore, & il numero prodotto diuidi per il Denominatore del medesimo rotto. Perche il numero Quotiente mostrerà il valore della data minutia in quella minor moneta. Il che intendi ancora delli pesi, & misure. Come dire, se sarà data questa minutia $\frac{4}{7}$. di vn scudo, che significa, si come hauemo detto nel 6. capitolo quattro scudi partiti in sei parti vguali; & la vorremo ridurre a giulij, baiocchi, ò quattrini (imperoche in questa nostra Aritmetica vsaremo essempij di moneta Romana, doue 4. quattrini fanno vn baiocco, & 10. baiocchi fanno vn giulio, & 10. giulij fanno vn scudo) moltiplicaremo il Numeratore 4. per 10. poiche 10. giulij fanno vn scudo; acciò si riduchino quelli 4. scudi diuisi in sette parti à 40. giulij, & il numero prodotto, ch'è 40. partiremo per il Denominatore 7. Percioche il numero Quotiente darà giulij $5\frac{5}{7}$. Et se questa minutia de' giulij $\frac{5}{7}$. che significa 5. giulij essere in 7. parti vguali diuisi vorremo ridurre a baiocchi, multiplicaremo medesimamente il Numeratore 5. per 10. essendo che 10. baiocchi fanno ancora vn giulio, per ridurre quelli 5. giulij in 7. parti diuisi a baiocchi 50. & il numero prodotto, che è 50. diuideremo per il medesimo Denominatore 7. Perche il numero Quotiente ci darà baiocchi $7\frac{1}{7}$. Et se vltimamente quella minutia $\frac{1}{7}$. di baiocchi, che significa vn baiocco esser diuiso in 7. parti vguali, vorremo ridurre à quattrini, moltiplicaremo il Nominatore 1. per 4. poiche 4. quattrini

*Il giulio, baiocco, & quattrino in Roma, che significhi, & vaglia.*

trini

trini fanno vn baiocco, per ridurre quel baiocco in 7. parti diuiso à 4. quattrini, & il numero prodotto, che è 4. partiremo per il Denominatore 7. & faremo $\frac{4}{7}$. di vn quattrino, cioè, poco più della metà d'vn quattrino. Si che $\frac{4}{7}$. d'vn scudo contengono giulij 5. baiocchi 7. & quattrini $\frac{4}{7}$. Ma se vogliamo in vn tratto ridurre $\frac{4}{7}$. d'vn scudo à baiocchi, moltiplicaremo il Numeratore 4. per 100. poiche 100. baiochi fanno vn scudo per ridurre quelli 4. scudi in 7. parti vguali diuisi à 400. baiocchi, & partiremo il numero prodotto, cioè 400. per il Denominatore 7. & faremo baiocchi 57 $\frac{1}{7}$.

Di più si habbia da cercare quanti passi, piedi, palmi, ouero dita contenghino $\frac{5}{8}$. d'vn miglio Italiano, posto, che vn miglio contiene 1000. passi Geometrici, & vn passo 5. piedi, vn piede 4. palmi, vn palmo 4. dita, & vn dito 4. grani d'orzo; moltiplicaremo il Numeratore 5. per 1000. acciò le 5. miglia in 8. parti diuise si riduchino à 5000. passi, & il numero prodotto 5000. partiremo per il Denominatore 8. & faremo 625. passi.

Così ancora se $\frac{10}{13}$. d'vn passo vorremmo ridurre à piedi, moltiplicaremo il Numeratore 10. per 5. & il prodotto numero 50. partiremo per il Denominatore 13. & faremo piedi 3 $\frac{11}{13}$. Di nuouo, se questo Numeratore 11. moltiplicaremo per 4. & il numero prodotto 44. diuideremo per il Denominatore faremo palmi 3 $\frac{5}{13}$. Più oltre se moltiplicaremo questo Numeratore 5. per 4. & il numero prodotto 20. partiremo per il Denominatore 13. ritrouaremo dita 1 $\frac{7}{13}$. Finalmente se questo Numeratore 7. moltiplicaremo per 4.

&

do. Moltiplica il Numeratore per il numero, che significa, quante volte la moneta minore, alla quale si hà da ridurre il rotto si contiene nella maggiore, & il numero prodotto diuidi per il Denominatore del medesimo rotto. Perche il numero Quotiente mostrerà il valore della data minutia in quella minor moneta. Il che intendi ancora delli pesi, & misture. Come dire, se sarà data questa minutia $\frac{4}{6}$ di vn scudo, che significa, si come hauemo detto nel 6. capitolo quattro scudi partiti in sei parti vguali; & la vorremo ridurre a giulij, baiocchi, ò quattrini (imperoche in questa nostra Aritmetica vsaremo essempij di moneta Romana, doue 4. quattrini fanno vn baiocco, & 10. baiocchi fanno vn giulio, & 10. giulij fanno vn scudo) moltiplicaremo il Numeratore 4. per 10. poiche 10. giulij fanno vn scudo; acciò si riduchino quelli 4. scudi diuisi in sette parti à 40. giulij, & il numero prodotto, ch'è 40. partiremo per il Denominatore 7. Percioche il numero Quotiente darà giulij $5\frac{5}{7}$. Et se questa minutia de' giulij $\frac{5}{7}$. che significa 5. giulij essere in 7. parti vguali diuisi vorremo ridurre a baiocchi, multiplicaremo medesimamente il Numeratore 5. per 10. essendo che 10. baiocchi fanno ancora vn giulio, per ridurre quelli 5. giulij in 7. parti diuisi a baiocchi 50. & il numero prodotto, che è 50. diuideremo per il medesimo Denominatore 7. Perche il numero Quotiente ci darà baiocchi $7\frac{1}{7}$. Et se vltimamente quella minutia $\frac{1}{7}$. di baiocchi, che significa vn baiocco esser diuiso in 7. parti vguali, vorremo ridurre à quattrini, moltiplicaremo il Nominatore 1. per 4. poiche 4. quattrini

*minor moneta, o peso ouero misura.*

*Il giulio, baiocco, & quattrino in Roma, che significhi, & vaglia.*

trini fanno vn baiocco, per ridurre quel baiocco in 7. parti diuiso à 4. quattrini, & il numero prodotto, che è 4. partiremo per il Denominatore 7. & faremo $\frac{4}{7}$. di vn quattrino, cioè, poco più della metà d'vn quattrino. Si che $\frac{4}{7}$. d'vn scudo contengono giul ij 5. baiocchi 7. & quattrini $\frac{4}{7}$. Ma se vogliamo in vn tratto ridurre $\frac{4}{7}$. d'vn scudo à baiocchi, moltiplicaremo il Numeratore 4. per 100. poiche 100. baiochi fanno vn scudo per ridurre quelli 4. scudi in 7. parti vguali diuisi à 400. baiocchi, & partiremo il numero prodotto, cioè 400. per il Denominatore 7. & faremo baiocchi $57\frac{1}{7}$.

Di più si habbia da cercare quanti passi, piedi, palmi, ouero dita contenghino $\frac{5}{8}$. d'vn miglio Italiano, posto, che vn miglio contiene 1000. passi Geometrici, & vn passo 5. piedi, vn piede 4. palmi, vn palmo 4. dita, & vn dito 4. grani d'orzo; moltiplicaremo il Numeratore 5. per 1000. acciò le 5. miglia in 8. parti diuise si riduchino à 5000. passi, & il numero prodotto 5000. partiremo per il Denominatore 8. & faremo 625. passi.

Cosi ancora se $\frac{10}{13}$. d'vn passo vorremmo ridurre à piedi, moltiplicaremo il Numeratore 10. per 5. & il prodotto numero 50. partiremo per il Denominatore 13. & faremo piedi $3\frac{11}{13}$. Di nuouo, se questo Numeratore 11. moltiplicaremo per 4. & il numero prodotto 44. diuideremo per il Denominatore faremo palmi $3\frac{5}{13}$. Più oltre se moltiplicaremo questo Numeratore 5. per 4. & il numero prodotto 20. partiremo per il Denominatore 13. ritrouaremo dita $1\frac{7}{13}$. Finalmente se questo Numeratore 7. moltiplicaremo per 4.

&

& il numero prodotto 28. diuideremo per il Denominatore 13. ritrouaremo grani d'orzo $\frac{2}{13}$. Di sorte, che $\frac{10}{13}$. d'vn passo contengono piedi 3. palmi 3. dito 1. & grani d'orzo $2\frac{2}{13}$.

Di più si habbia da ridurre à oncie questa minutia $\frac{3}{4}$. di vna libra. Essendo, che 12. once fanno vna libra, moltiplicaremo il Numeratore 3. per 12. & il prodotto numero 36. diuideremo per il Denominatore 4. & faremo 9. once.

Vltimamente si habbia da cercare, quanti minuti contengono $\frac{5}{6}$. d'vn grado. Poiche 60. minuti fanno vn grado, moltiplicaremo il Numeratore 5. per 60. & il numero prodotto 300. diuideremo per il Denominatore 6. & faremo minuti 50.

## DELLI ROTTI DI ROTTI Cap. VIII.

*Le minutie delle minutie donde nascbino.*

NON solamente vna cosa intiera si diuide in quante parti vguali tù vuoi, acciò si faccino li semplici numeri rotti, delli quali trattiamo; ma ancora qualche volta essi numeri rotti s'imaginano in più parti vguali esser diuisi, come se fossero cose sane, & intiere. Donde nascono li rotti di rotti, ouero minutie di minutie. Come per essempio, si come quando io piglio 4. parti di vno intiero diuiso in 7. parti, fò questa minutia semplice $\frac{4}{7}$. che significa quattro settime parti esso intiero: Così ancora quando imagino questo rotto semplice $\frac{4}{7}$. esser diuiso in cinque parti vguali, & ne piglio tre parti, fò vna minutia di quella minutia, cioè, tre quinte parti di quattro settimi d'vn'intiero. Di maniera, che la prima minutia si proferisca, & si scriua, come le minutie semplici, & similmente la seconda, eccetto,

*La minutia di minutie della minutia, che cosa sia.*

*Le minutie di minutie in che modo si pronuntiano, & si scriuano.*

certo, che se gli mette auanti l'articolo ( di ). & si scriue senza la linea in mezzo; acciò si distingua dall'altre. Come la sopradetta minutia di minutia così s'hà da scriuere $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. & si pronontiarà così. Tre quinte di quattro settime d'vn'intiero. Ma quest'altra minutia di minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. così si proferirà. Due terzi di tre quarti d'vn sesto d'vn mezzo d'alcuno intiero. Perche significa dal mezzo d'alcuno intiero esser stata pigliata vna sesta parte di quel mezzo diuiso in 6. parti vguali, & da questa sesta parte diuisa in quattro parti vguali esserne stato presi $\frac{3}{4}$. & vltimamente da essi tre quarti diuisi in tre parti vguali esserne stato tolti due terzi. Et la medesima ragione è nell'altri rotti di rotti.

Ma in che maniera la stima, ò valore delli rotti di rotti si habbia a conoscere, insegnaremo al fine del Cap. 10. doue li ridurremo a rotti semplici

## DEL MODO DI RIDVRRE *i numeri rotti à minimi numeri, ouero termini. Cap. IX.*

AVVIENE spesse volte, che alcuna minutia si scriui con sì gran numeri, che commodamente si possa esprimere con minori, senza mutare il suo valore, & prezzo. Come questa minutia $\frac{3}{7}$. $\frac{6}{2}$. tanto valore, quanto questa $\frac{1}{2}$. espressa, come vedi, con minimi numeri. Et che si riduca qual si voglia minutia scritta con grandi numeri a minimi num. ò termini, è molto vtile per molte cause. Prima, perche più facilmente s'intende qual si voglia minutia espressa con minori numeri, che scritta con numeri maggiori. Perche chi sarà quello, che non intenda più facilmente

*Perche le minutie si riduchin à minimi termini.*



$\frac{1}{2}$. che

$\frac{1}{2}$, che $\frac{36}{72}$. ouero $\frac{500}{1000}$. ouero $\frac{826}{1652}$. ancorche tutti questi rotti al tutto significhino il medesimo? Dipoi, perche si rende più facile l'operatione delli rotti, se si riducono a termini minimi, come per quel che segue, sarà chiaro. Terzo, s'intendano i libri de' Matematici, li quali ordinariamente, sogliono notare le minutie con numeri minimi. Perche se per essempio si trouarà scritto da alcuno, che questo numero 2528. partito per 48. faccia il Quotiente 52. $\frac{2}{3}$. & tu vogli prouare, & essaminare, ritrouerai il Quotiente 52. $\frac{32}{48}$. che pare differente da quello, essendo pure il medesimo. Percioche questa minutia $\frac{32}{48}$. ridotta a minimi termini fa $\frac{2}{3}$. Onde, auanti che tù giudichi d' hauere errato, ouero quel scrittore hauer commesso errore, vedendo la tua minutia essere differente da quella del scrittore, ridurrai prima la minutia da te ritrouata, & con numeri maggiori espressa, a minimi numeri, ò termini.

*In che modo le minutie si riduchino à minimi numeri.*

L'arte del ridurre ogni minutia scritta con maggiori numeri a minimi termini, sarà questa. Diuidasi tanto il Numeratore, quanto il Denominatore per la massima commune misura dell'vno, & dell'altro cioè, per il massimo numero, che misuri l'vno, & l'altro. Percioche il numeri Quotienti, (facendo il Quotiente del Numeratore, Numeratore, & il Quotiente del Denominatore, Denominatore) daranno la minutia equiualente a quella, & espressa con numeri minimi. Perche essendo, che quando si diuidono due numeri per vn medesimo numero qual si voglia, li Quotienti habbino la medesima proportione, che quelli numeri, & li numeri Quotienti in que-

sto

sto modo ritrouati, siano i minimi di tutti per essere li numeri della minutia proposta, partiti per i più gran num. che l' vno, & altro misuri, di modo, che per maggiore non si possino diuidere, che non si lasci qualche cosa nella diuisione; chiarissima cosa è, che la minutia ritrouata viene essere espressa con numeri minimi, di sorte, che non si possi esprimere con minori.

Per essempio sia questa minutia proposta $\frac{32}{48}$. Il Numeratore, & il Denominatore della quale sono misurati, & numerati da tutti questi numeri 2. & 4. 8. & 16. & fuor di questi da niuno altro. Perche se bene il numero 24. che è maggiore d'essi, misura il Denominatore 48. non però si misura il Numeratore 32. Così ancora, benche il numero 32. che è maggiore, del 24. misuri il Numeratore 32. nientedimeno in niun modo misura il Denomiuatore 48. & pure in questo luogo noi intendiamo per il numero massimo numerante, quello, che misuri, l'vno, & l'altro numero della minutia proposta, cioè, tanto il Numeratore, quanto il Denominatore. Se adunque tanto il Numerarore 32. quanto il Denominatore 48. si diuiderà per il maggiore di quei numeri, come dire, per il 16. si ritroueranno li Quotienti 2. & 3. Onde la minutia proposta $\frac{32}{48}$. si ridurrà a questa equiualente $\frac{2}{3}$. espressa con minimi numeri. Se tù diuidessi li medesimi numeri della proposta minutia per vn'altro numero, che essi misuri: ma che non sia il maggiore, ridurresti bene la minutia, ad vn'altra vguale, & da minori termini espressa ma non dai minimi: Come se li medesimi numeri 32. & 48. si diuidaranno per 8. si ritroua questa

minutia $\frac{4}{6}$. la quale ancora si può scriuere con minori numeri, in questo modo $\frac{2}{3}$.

Per la medesima ragione questa minutia $\frac{45}{75}$. il Numeratore della qualle, & il Denominatore sono misurati da tutti questi numeri 3.5. 15. si ridurrà a $\frac{3}{5}$. se però così il Numeratore, come il Denominatore si diuiderà per 15. che è il maggior numero, che gli numeri. Et così di tutti gl'altri.

*Quando le minutie nō si possono ridurre à minori termini.*

Ma se niun numero fuor dell'vnità misurarà il Numeratore, & il Denominatore d'alcuna minutia, quella minutia non si potrà ridurre a minori termini, ma sarà già espressa con minimi numeri. Come queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{20}{39}$. $\frac{20}{21}$. [illegible]. $\frac{4}{5}$. $\frac{7}{9}$. non si possono ridurre a minori termini. Perche questi numeri 2.4. 5.10. benche numerino il Numeratore della prima minutia, niuno però di loro misura il Denominatore di quella; ancorche questi numeri 3. 13. misurino il Denominatore della medesima minutia, ne l'vno però, nè l'altro di quelli misura il Numeratore. Dipoi, benche questi numeri 2. 4. 5. 10. misurino il Numeratore della seconda minutia, & questi 3.7. 9. 21. il Denominatore della medesima, niuno di loro però misura l'vno, & l'altro cioè, il Numeratore, & il Denominatore di quella minutia. Ma li numeri dell'vltima minutia da nissun numero fuor dell'vnità, sono numerati, essendo, che (per parlare con gl'Aritmetici) sono numeri Primi, si come ancora li numeri di quell'altre prime due minutie sono tra di loro Primi, benche niuno di quelli sia primo. Perche numero Primo si dice quello, che è misurato solo dall'vnità, & numera di

*Primo numero, &c.*

loro

loro Primi si chiamano quelli, li quali dalla sola vnità, come da misura commune, vengono misurati, ancorche nisuno di loro sia Primo.

*Primi tra di lor quali siano.*

Et perche per ridurre la minutia proposta à minimi termini, è necessario, che si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore (poiche questa massima misura comune l'vno, & l'altro numero, cioè, tanto il Numeratore, quanto il Denominatore, s' hà da diuidere, come habbiamo detto) si suol dare questa regola per ritrouarla. Si diuida il Denominatore, per il Numeratore: Et se qualche cosa nella diuisione sarà auanzata, si diuida partitore, cioè, il Numeratore, per quello restante dalla diuisione; Et se di nuouo sarà rimasta qualche cosa si diuida quest'vltimo partitore, cioè, quel primo auanzo, per il resto di quest'vltima diuisione; & così sempre si diuida l' vltimo partitore per l' vltimo resto, insino à tanto, che s' incontri in vn partitore, che non lasci cosa alcuna nella diuisione. Perche quest'vltimo partitore sarà la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore della minutia proposta. Ma se qualche partitore in questa sorte di diuisione lasciarà vn' vnità, non hauerannno il Numeratore, & il Denominatore della minutia proposta alcuna misura commune, se non l'vnità, ma saranno numeri tra di loro Primi.

*In che modo si ritroui la massima misura commune del Numeratore & Denominatore di qual si voglia minutia quando il Numeratore, & Denominatore della minutia non hanno misura commune fuori dell' vnità.*

Come per essempio, se sarà proposta questa minutia $\frac{36}{72}$. ritrouaremo la misura commune del Numeratore, & del Denominatore in questo modo. Si diuida il Denominatore. 72. per il Numeratore 36. & perche fatta quella diuisione;

ne, niente auanza; sarà per tanto la massima misura commune 36. per la quale se diuideremo il Numeratore, & il Denominatore della data minutia $\frac{36}{72}$. ridurremo quella a questa $\frac{1}{2}$. espressa con termini minimi.

In oltre, se sarà data questa minutia $\frac{60}{96}$. ritrouaremo la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore in questo modo. Partito che sarà il Denominatore 96. per il Numeratore 60. auanzarà nella diuisione 36. Di più diuiso che sarà il partitore 60. per il resto 36. rimarrà nella diuisione 24. Di nuouo partito ancora quest'vltimo partitore 36. per l'vltimo resto 24. rimarrà 12. Et finalmente diuiso l'vltimo partitore 24. per l'vltimo resto 12. non rimane cosa alcuna. Sarà adunque la massima misura comune 12. per la quale si diuiderà tāto il Numeratore, quanto il Denominatore della proposta minutia $\frac{60}{96}$, se constituirà questa minutia $\frac{5}{8}$. espressa con numeri minimi.

Ma se si proponerà questa minutia $\frac{48}{103}$, non si trouerà niuna misura commune del Numeratore, & Denominatore, se non l'vnità. Perche diuidendo il Denominatore 103. per il Numeratore 48. auanza 7. Diuidendo dipoi il partitore 48 per il resto 7. riman 6. Finalmente partēdo quest'vltimo partitore 7. per l'vltimo residuo 6. rimā 1. per la qual cosa, si come è stato detto di sopra, il Numeratore, & Denominatore di questa minutia $\frac{48}{103}$. sono numeri tra di loro Primi.

*In che modo si ritroui la massima mi-*

Cō la medesima arte ritrouaremo la massima misura commune di qual si voglia due numeri, (ancorche non cōstituischino numero rotto, ma as-

assolutamente si proponghino ) se il maggiore diuideremo per il minore, & questo partitore per il resto della diuisione, se vi sarà, & di nuouo que st'vltimo partitore per il resto dell'vltima diuisione, & così di mano in mano con quest'ordine &c: Perche l'vltimo partitore, che niẽte lasciarà nella diuisione, sarà la massima misura cõmune delli dati numeri. Ma se in alcuna diuisione sarà auanzata l'vnità, saranno li numeri dati tra di loro. Primi, & non haueranno alcuna misura commune, fuor che l'vnità.

*sura di qual si voglia due numeri proposti.*

*Donde si caui questa regola di ritrouare la massima misura di due numeri.*

Si caua questa regola di ritrouare la massima misura comune di due numeri, dalla propos. 2. del lib. 7. di Euclide. Et ancorche Euclide dica sempre douersi il minor numero sottrarre dal maggiore, nientedimeno il medesimo si fà, & in effetto molto più breuemẽte, per la diuisione del maggior numero per il minore essendo, che la diuisione sia vna certa succinta, & compendiosa sottratione, si come anco la moltiplicatione è vna breue, & spedita raccolta di più numeri.

*Vn' altro modo di ridure le minutie à minimi termini.*

In vn'altro modo si ridurrà qual si voglia minutia proposta a minimi termini, se tanto il Numeratore, quanto il Denominatore si diuiderà per alcuna misura commune da loro conosciuta, ancorche non sia la massima, acciò si ritroui vna minutia equiualente sotto minori numeri: Et in oltre, se si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore di questa minutia ritrouata per alcun'altra misura commune di loro; & così di mano in mano, fino à tanto, che si ritroui vna minutia, della quale il Numeratore, & Denominatore siano numeri tra di loro Primi. Come

propostaci questa minutia $\frac{36}{48}$. se l'vno, & l'altro numero di quella si diuiderà per 2. si ritrouarà questa minutia $\frac{18}{24}$. della quale se l'vno, & altro numero si diuiderà della 3. si ritrouarà questa minutia $\frac{6}{8}$. Li numeri della quale finalmente partiti per 2. daranno questa minutia $\frac{3}{4}$. sotto minimi termini. Ma quella prima regola è più eccelente, & più breue.

## DEL MODO DI RIDVRRE I NVmeri rotti ad vna medesima Denominatione, & ad intieri, & gl'intieri à qual si voglia rotto, & finalmente i rotti di rotti à rotti semplici.

### Cap. X.

SPesse volte auuiene, che si deuono ridurre di rotti di diuersi Denominatori ad altri rotti, che siano vguali à quelli, ciascuno al suo, & habbino vn medesimo Denominatore. Il che come si debba fare, diremo in questo Capitolo. Et prima, quando le minutie proposte non sono più di due, & dipoi quando saranno più.

*In che modo due minutie si reduchino alla medesima Denominatione.*

PROPOSTE adunque due minutie, che habbino diuersi Denominatori, se li Denominatori si moltiplicaranno l'vno per l'altro produrrassi il commune Denominatore, al quale le date minutie si hanno da ridurre. Ma il Numeratore di ciascheduna moltiplicato in croce per il Denominatore dell'altra, produrrà il Numeratore. Come in questo essempio, dal

$\frac{2}{3}$ ⋈ $\frac{3}{4}$. si riducono à $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$.

De-

Denominatore 3. moltiplicato per il Denominatore 4. si fa il commune Denominatore 12. Dipoi dal Numeratore 2. della prima minutia moltiplicato per Denominatore 4. della secõda, si fa il Numeratore 8. Et dal Numeratore 3. della secõda minutia moltiplicato per il Denominatore 3. della prima si fa il Numeratore 9. Adunque le due minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ si riducono à queste due $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. che sono vguale à quelle, & hanno in istesso Denominatore cõmune; cioè 12. Percioche questa minutia $\frac{8}{12}$. essere vguale a questa $\frac{2}{3}$. è manifesto dalla propos. 17. & 18 del lib. 7. di *Euclide*, essẽdo, che l'vno, & l'altro numero di questa minutia $\frac{2}{3}$. moltiplicato per il medesimo numero 4. ouero moltiplicando il medesimo numero 4. cioè, il Denominatore della seconda minutia proposta $\frac{3}{4}$, hà prodotto l'vno, & l'altro numero di quella $\frac{8}{12}$. imperoche di qui auuiene, che il Numeratore, & il Denominatore della minutia $\frac{8}{12}$. hanno la medesima proportione, che hanno il Numeratore, & Denominatore della minutia $\frac{2}{3}$. Onde saranno esse minutie vguali, come hauemo detto di sopra. Per la medesima ragione saranno vguali le minutie $\frac{9}{12}$. & $\frac{3}{4}$. perche l'vno, e l'altro num. di questa $\frac{3}{4}$. moltiplicato per il medesimo numero 3. ouero moltiplicando il medesimo numero 3. cioè il Denominatore della prima minutia darà $\frac{2}{3}$. ha prodotto l'vno, & l'atro numero di quella $\frac{9}{12}$.

MA se si proporranno più di due minutie da ridursi ad vna medesima denominatione, si deue cercare prima vn numero numerato da tutti li Denominatori delle date minutie; di maniera, che

*In che modo si ritroui vn numero numerato da quãti si voglia dati numeri.*

che contenga tutte le parti dominate da loro. Il qual numero numerato dalli Denominatori proposti, ouero da qual si voglia altri numeri dati, ritrouaremo in questo modo. Moltiplichinsi tutti li Denominatori tra di loro, cioè il primo per il secondo, & questo numero prodotto per il terzo, questo numero prodotto per il quarto, & così di mano, fino à tanto, che tutti siano moltiplicati. Perche l'vltimo numero prodotto sarà quello, che si cerca. Come proposte queste minutie $\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{4}{5}$. se il primo Denominatore 2. si moltiplicarà nel secondo 3. & il numero prodotto 6. nel terzo 4. & il prodotto numero 24. nel quarto 5. si produrrà il numero 120. il quale è numerato dalli Denominatori proposti, cioè, da 2.3.4.5.

*Il modo di ritrouare il minimo numerato da quanti si voglia numeri dati.*

MA Perche il num. ritrouato in questo modo, tal volta, anzi per il più, è tanto grande, che può dare vn'altro minore di quello, che sia numerato da i medesimi proposti Denominatori, ritrouaremo il numero minimo numerato da quanti si voglia numeri, in questo modo. Prima ritrouaremo il minimo numero numerato dalli primi due numeri proposti con quest'arte. Li due primi numeri, ò hanno alcuna misura commune, oltra l'vnità, ò nò, (il che conoscerai, se il maggiore si diuiderà per il minore) & questo partitore per il resto della diuisione, & così di mano in mano, con vna scambieuole diuisione. Perche se ti occorrerà vn partitore, che nõ lasci niẽte haueranno quelli due numeri vna misura cõmune, & esso partitore vltimo sarà la massima misura di quelli; ma se auuerrà, ch'alcuno partitore

lasci

lasci vn'vnità, non haueranno misura commune veruna; & saranno tra di loro Primi (come di sopra nel Capitolo nono hauemo dichiarato.) Se quelli due numeri primi nō hanno alcuna misura cōmune sarà il numero prodotto dalla moltiplicatione dell'vno per l'altro il minimo da quelli numerato, talche non si possa dare altro minore; Ma se haueranno vna misura commune; ritrouato che hauerai la massima loro misura commune, come nel Capitolo nono insegnato hauemo, diuidasi l'vno, & l'altro per quella. & si pongono li Quotienti sotto quelli numeri. Perche se tù moltiplicarai il Quotiente del primo num. per il secōdo num. ouero il Quotiēte del secondo num. per il primo nu. produrrai il minimo num. numerato da quelli due. Doppo andaremo inuestigando nel medesimo modo il minimo numero numerato da quello, che già trouato habbiamo, & dal terzo numero proposto, cioè, ricercando, se il terzo numero proposto & quello numero numerato dalli primi due hanno vna misura commune, ò nò, &c. Perche questo minimo ritrouato, sarà il minimo numerato dalli primi tre numeri proposti. Di nuouo conferiremo questo numero ritrouato con il quarto numero proposto, & nel medesimo modo inuestigaremo il minimo num. da loro numerato. Imperoche questo ritrouato sarà il minimo numerato dalli quattro dati; Et cosi seguitaremo, fin, che non auanzi niun num. con il quale il ritrouato vltimamente possi esser comparato. La dimostratione di questa regola si caua dalla propos. 36. & 38 del lib. 7. di Euclide.

MA dichiariamo questo negotio nelle quattro prossime minutie date $\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{4}{5}.$ li Denominatori delle qualli sono 2.3.4.5. Et primieramente, perche li due primi numeri 2. & 3. non hanno altra misura commune, che l'vnità sarà però il num. 6. prodotto dalla moltiplicatione di quelli, il minimo numerato dal 2. & dal 3. Doppo, perche questo num. 6. ritrouato, & il terzo num. 4. hanno la massima loro misura 2. diuideremo per quella tanto il numero 6. quanto il 4. & li Quotienti 3. & 2. porremo sotto essi, come tù quì vedi. Imperoche se moltiplicaremo 6. per 2. ouero 4. per. 3. faremo il numero 12. che è il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 2.3.4. Finalmente perche questo num. 12. ritrouato, & il quarto n. dato 5. non hãno misura commune, se nõ l'vnità, moltiplicaremo 12. per 5. & produrremo il num. 60. che è il minimo numerato da i quatro Denominatori 2.3.4.5. Di più deuesi trouare il minimo numero numerato da 4.6.8.12.7. Primieramente, perche li primi due 4. & 6. hanno la massima misura commune 2. partiremo per quella, tanto li 4. quanto il 6. & li Quotienti 2. & 3. porremo sotto essi, come quì tù vedi, perche se moltiplicaremo 4. per 3. ouero 6. per 2. faremo il numero 12. cioè il minimo numerato da quelli due 4. & 6. Doppo, perche questo numero 12. ritrouato & il terzo numero dato 8. hanno la massima misura cõmune 4 partiremo per quella tanto il 12. quanto l'8. & li Quotienti 3. & 2. collocaremo sotto essi:

| | |
|---|---|
| 6. | 4. |
| 3. | 2. |

| | |
|---|---|
| 4. | 6. |
| 2. | 3. |

essi. Perche se moltiplicaremo 12. per 2. ouero 8. per 3. si produrrà il num. 24. che il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 4.6.& 8. Di nuouo, perche questo numero ritrouato 24. & il quarto proposto 12, hanno la massima misura commune 12. diuideremo per quella, tanto il 24. quanto il 12. & li Quotienti 2. & 1. porremo sotto essi.

| | |
|---|---|
| 12. | 8. |
| 3. | 2. |

Perche se moltiplicaremo 24. per 1. ouero 12. per 2. produrremo il numero 24. che è il minimo numerato da i quattro numeri dati 4.6.8.12. Vltimamente, perche questo numero 24. ritrouato, & l'vltimo numero dato 7. non hanno niun'altra misura commune, che l'vnità, moltiplicaremo quelli tra di loro, & faremo il num. 168. cioè, il minimo numerato dalli dati numeri 4.6.8.12.7. Che se alcuno cercasse il numero numerato dalli medesimi dati numeri 4.6.8.12.7. per la prima regola, cioè, moltiplicando essi tra di loro ritrouarebbe questo num. 16128. che è molto maggiore di questo num. minimo 168. ritrouato da noi.

| | |
|---|---|
| 24. | 12. |
| 2. | 1. |

*In che modo più minutie, ò di due si riduchino à vna medesima denominatione.*

HORA ritrouato il num. numerato da tutti li Denominatori delle minutie, che habbiamo da ridurre, ò che quello sia il minimo, ò nò, ridurremo le minutie date ad vna medesima Denominatione in questo modo. Il Denominatore commune è quel numero ritrouato, & dalli Denominatori numerato; il quale se noi diuideremo per il Denominatore di ciascuna minutia, & moltiplicaremo il Quotiente per il Numeratore, produrremo il Numeratore, che si hà da scriuere so-

sopra il commune Denominatore. Come in queste quattro vltime minutie $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}$. Il numero numerato dalli Denominatori è 120. Questo adũque sarà il commune Denominatore: il quale se diuideremo per il Denominatore 2. della prima minutia, faremo 60. & se questo numero moltiplicaremo per il Numeratore 1. delle medesima minutia, produrremo pur 60. che sarà il Numeratore per la prima minutia. Dipoi se il medesimo numero 120. partiremo per il Denominatore 3. della seconda minutia, ne risultarà questo numero 40. il quale se moltiplicaremo per il Numeratore 2. della medesima minutia, faremo 80. che sarà il Numeratore per la seconda minutia, & cosi di tutte l'altre. Di sorte, che le date quattro minutie si riduranno a queste quattro della medesima denominatione $\frac{60}{120}\frac{80}{120}$. $\frac{90}{120}$. $\frac{24}{120}$. Ma se pigliaremo il numero 60. che e il minimo numerato dalli medesimi Denominatori, per il commune Denominatore, ridurremo le medesime minutie à queste $\frac{30}{60}\frac{40}{60}\frac{45}{60}\frac{12}{60}$.

*Vn'altro modo di ridurre due minutie ad vn medesimo denominatore.*

CON questa medesima ragione si potranno ridurre ancora due minutie ad vna medesima denominatione, senza moltiplicarle in croce. Perche se si cercarà vn numero, ò minimo, ò nò, numerato dalli denominatori, sarà quello il commune Denominatore, dal quale ritrouaransi li Numeratori, come poco fa hauemo insegnato. Come proposte due minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{12}$. il minimo numero numerato dalli Denominatori è 12. il quale se partiremo per il Denominatore 6. della prima minutia, & il Quotiente 2. moltiplicaremo per il Nominatore 5. della medesima minutia

fare-

faremo 10. per il Numeratore della prima minutia. Et se di nuouo il medesimo numero 12. partiremo per il Denominatore 12. della seconda minutia, & il Quotiente 1. moltiplicaremo per il Numeratore 7, della medesima minutia, ritrouaremo 7. per il Numeratore della seconda minutia. Si che le due date minutie si riduranno à queste $\frac{10}{12}$. $\frac{7}{12}$. Che se alcuno le medesime vorrà ridurre per la prima regola, ritrouarà queste minutie $\frac{92}{72}$. $\frac{42}{72}$. Dal che è manifesto, quanta differenza sia fra il minimo numero numerato dalli Denominatori delle minutie date, & non minimo. Perche per il minimo le date minutie si riducono alle minime minutie della medesima Denominatione, che non si fa per l'altre regole.

*L'unità delli minimi numeri numerati dalli Denominatori delle date minutie.*

ACCADE ancora alcuna volta, che il Numeratore della minutia prodotta dal raccorre, moltiplicare, & partire sia maggiore al Denominatore, & percioche quella minutia sia maggiore che'l tutto, & l'intiero. Per la qual cosa quella si douerà ridurre ad intieri in quello modo. Diuidasi il Numeratore per il Denominatore, perche il Quotiente darà l'intieri, a i quali la data minutia è vguale. Et se auanzarà cosa alcuna nella diuisione, quello sarà il Numeratore, sotto il quale si douerà scriuere il medesimo Denominatore. Come questa minutia $\frac{60}{12}$. si ridurrà à 5. intieri. Ma questa $\frac{100}{7}$. si ridurà a 14. $\frac{2}{7}$. Perche nella diuisione del Numeratore per il Denominatore auanzorno 2. & cosi quella minutia contiene 14. intieri, & di più due settime parti d'vn'intiero.

*In che modo si riduchi la minutia, della quale il Numeratore è maggiore del Denominatore, à l'intieri.*

ANCORA non di rado suole auuenire, che l'in-

*In che modo si ri-*

*Dubbi ne gl'intieri à rotti.*

l'intieri s'habbino da ridurre à qualche rotto. Il che in questo modo si farà. Moltiplichinsi l'intieri proposti per il Denominatore della minutia, alla quale l'intieri s'hanno da ridurre. Perche il prodotto numero sarà il Numeratore sotto il quale si douerà mettere il Denominatore della data minutia. Come se 7. intieri si deuono ridurre à quinte parti, moltiplicaremo 7. intieri per il Denominatore 5, della minutia proposta, & sotto il prodotto numero 35. scriueremo il medesimo Denominatore 5. & farassi questa minutia $\frac{35}{5}$. che è vguale à 7. intieri. Ma se à l'intieri sarà congionta qualche minutia, si douerà aggiongere il Numeratore di quella minutia al numero prodotto dalli intieri, moltiplicati per il Denominatore della minutia, per fare il Numeratore. Come se questo numero 8. $\frac{2}{5}$. si debba ridurre a quinte, acciò si facci vna sola minutia; moltiplicaremo 8. per il Denominatore 5. della minutia, & al numero prodotto 40. aggiongeremo il Numeratore 2. della medesima minutia, acciò habbiamo il Numeratore 52. di questa minutia $\frac{52}{5}$. che al numero proposto è vguale.

*Le minutie delle minutie in che modo si riducano à semplici minutie.*

VLTIMAMENTE quando in alcuna operatione occorrono minutie di minutie, s'haueranno da ridurre ad vna semplice minutia in questo modo. Moltiplica li Numeratori tra di loro, cioè il primo per il secondo, & questo prodotto per il terzo, & in oltre questo prodotto per il quarto, & così di mano in mano, se saranno più Numeratori. Perche l'vltimo numero prodotto darà il Numeratore della minutia semplice, la quale sarà vguale à quella minutia delle minu-

tie.

tie. Ma il denominatore ſarà il numero prodotto dalla moltiplicatioοe delli denominatori tra di loro, ſe ſi moltiplicaranno, come è ſtato detto delli numeratori. Come queſto rotto di rotti $\frac{3}{5}\frac{4}{7}$. ſi ridurrà a queſta ſemplice minutia $\frac{12}{35}$. Perche la moltiplicatione delll Numeratori fa 12. & delli denominatori fa 35. Di modo, che tre quinte parti di quattro ſettime parti d'vn' intiero contengono $\frac{12}{35}$. del medeſimo intiero. Così ancora queſta minutia di minutie $\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{1}{6}.\frac{1}{2}$. ſi ridurrà a queſta ſempllce minutia $\frac{6}{144}$. che ridotta a minimi numeri ſarà $\frac{1}{24}$. come coſta per il capitolo precedente. Finalmente queſta minutia di minutie $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{3}{5}$. ſi ridurà a queſta ſemplice minutia $\frac{12}{60}$. che ridotta à minimi numeri ſarà $\frac{3}{10}$.

Mà che queſta ſia così, in queſto modo lo dichiararemo, Poniamo queſt' vltima minutia di minutie $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{3}{5}$. la quale fù ridotta à queſta ſemplice $\frac{3}{10}$. eſſere preſa da vn ſcudo. E neceſſario adunque ſe la regola detta è vera, che ella contenga tre giulij, che ſono $\frac{3}{10}$. di vn ſcudo, eſſendo che ogni giulio ſia $\frac{1}{10}$. di vn ſcudo. Il che ogn'vno facilmente potrà conoſcere eſſer vero. Perche $\frac{3}{5}$. di vn ſcudo contengono 6. giulij, poiche due giulij ſono $\frac{1}{5}$. di vn ſcudo. Ma $\frac{2}{3}$. di 6. giulij ſono 4. giulij. & $\frac{3}{4}$. di 4. giulij ſono 3. giulij. Per la medeſima ragione queſta minutia di minutie $\frac{1}{3}.\frac{2}{5}.\frac{1}{3}$. eſſer ben ridotta a queſta $\frac{2}{45}$. moſtraremo in queſto numero 45. così. Perche $\frac{1}{3}$. di queſto numero 45. contiene 15. vnità dalle quali ſe ſi pigliaranno $\frac{2}{5}$. ſi prenderanno 6. vnità, dalle quali ſe vltimamente ſi pigliarà $\frac{1}{3}$. ſe prenderanno 2. vnità, che fanno $\frac{2}{45}$. del detto numero 45. Non altrimente ſi

H po-

portranno gl'altri essempij dichiarare, & prouare.

## DEL MODO DI RACORRE i numeri rotti. Cap. XI.

La raccolta delle minutie in che modo si faccia.

SE le minutie da raccorsi haueranno vn medesimo denominatore si doueranno raccore i Numeratori, & sotto la somma raccolta scriuere il medesimo denominatore. Ma se le minutie haueranno diuersi denominatori s'haueranno prima da ridurre ad vn medesimo denominatore, & all'hora nel medesimo modo fare la somma, ò raccolta. Come dire la somma raccolta di queste 3. minutie $\frac{2}{13}$. $\frac{4}{13}$. $\frac{6}{13}$. è questa $\frac{12}{13}$. Perche hanno vn medesimo denominatore, & dalli Numeratori, è stata racolta la somma 12. Si come da 2. scudi 4. scudi, & 6. scudi si fanno 12. scudi. Cosi ancora da queste minutie $\frac{3}{10}$. $\frac{7}{10}$. si raccoglie questa somma $\frac{10}{10}$. che tanto vale, quanto vn'intiero. Cosi ancora da queste minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. si raccorrà questa somma $\frac{18}{7}$. che ridotta all'intieri fa $2\frac{4}{7}$. Ma accioche queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. si raccolgano in vna somma si doueranno prima ridurre ad vn medesimo denominatore cioè, a queste minutie $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. dalle quali raccolte in vna somma si faranno $\frac{17}{12}$. cioè $1\frac{5}{12}$. Et questa è la somma delle due minutie proposte. Si come da 2. scudi, & 3. giulij se li 2. scudi si ridurranno a 20. giulij, si faranno 23. giulij. Così ancora queste minutie $\frac{6}{7}$. $\frac{12}{15}$. $\frac{10}{11}$. $\frac{4}{5}$. acciò in vna somma si raccolgano, si doueranno prima riddurre à queste d'vna medesima denominatione, $\frac{4290}{5005}$. $\frac{4620}{5005}$. $\frac{4551}{5005}$. $\frac{4004}{5005}$.

dal-

dalle qualli si fa questa somma $\frac{17464}{1800}$. cioè 3. $\frac{2449}{...}$

Se ci saranno intieri insieme con rotti, s' haueranno da raccorre l'intieri da parte, & le minutie similmente da parte. Essempio. Da 8. & $\frac{3}{5}$. si fa 8. $\frac{3}{5}$. Così da 8. & 4. $\frac{2}{5}$. si fa 12. $\frac{2}{5}$. Così da 8. $\frac{3}{5}$. & 4. $\frac{6}{5}$. si fa 12. $\frac{9}{5}$. cioè 13. $\frac{4}{5}$. Così da 8. $\frac{2}{3}$. & 4. $\frac{3}{4}$. si farà 12. $\frac{17}{12}$. cioè 13. $\frac{5}{12}$.

Quando vi sono intieri, che cosa si habbia à fare.

Di modo, che per raccorre due minutie di diuerse denominationi in vna somma, si hanno da moltiplicare quelle in croce, & raccorsi li numeri prodotti per fare il Numeratore della minutia, che s' hà da produrre. Dipoi si hanno da moltiplicare li Denominatori tra di loro, acciò si habbia il Denominatore della medesima minutia. Perche così si riducono quelle due minutie ad vna medesima denominatione, come dal precedente capitolo è manifesto, & li Numeratori si raccolgono insieme. Come douendosi raccorre queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. moltiplicaremo tanto il Numeratore 2. della prima per il Denominatore 4. della seconda, quanto il Numeratore 3. della seconda per il Denominatore 3. della prima, & li numeri prodotti 8. & 9. raccorremo in vna somma, acciò si facci il Numeratore 17. Doppo il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, cioè 12. faremo Denominatore. Sarà dunque la minutia raccolta $\frac{17}{12}$. Ma se saranno più minutie da raccorre che due, racorremo prima le prime due, come hauemo detto. Dipoi la minutia raccolta con la terza minutia nel medesimo modo, & questa prodotta con la quarta, & così di mano in mano. Come

Prattica di raccorre tra di loro le minutie di diuerse denominationi.

se si haueranno d'aggiongere insieme queste minutie $\frac{2}{8}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{5}{6}$. raccoremo prima dalle prime due queste $\frac{17}{12}$. Doppo da questa, & dalla terza faremo nel medesimo modo $\frac{133}{60}$. Finalmente da questa, & dalla quarta faremo $\frac{1231}{420}$. cioè 2. $\frac{391}{420}$. che è la somma di tutte.

*La proua del raccorre delle minutie.*

La proua del racorre si fa per la sottrattione, Perche sottraendo dalla somma racolta vna delle due minutie, che si sommano insieme, rimarrà l'altra, se però non si haurà fatto errore nel sommare. Ma se saranno più minutie da raccore sottraendo vna di quelle dalla somma restarà vna minutia vguale all'altre tutte insieme. Essempio: Perche queste minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{12}$. raccolte fanno $\frac{56}{48}$. cioè 1 $\frac{8}{48}$. se da questa somma si sottrarà la prima minutia, cioè $\frac{3}{4}$. come nel seguente Cap. insegnaremo, rimarrà questa minutia $\frac{80}{192}$. che è vguale all'altra minutia $\frac{5}{12}$. come è manifesto, se si ridurrà a minimi termini, ouero se si moltiplicaranno in croce li Numeratori per li Denominatori. Imperoche si produrrà vn medesimo num. tanto dall'80. nel 12. quanto dal 5. nel 192. cioè il num. 960. Donde seguita, che queste minutie $\frac{80}{192}$. $\frac{5}{12}$. sono vguali, come sopra nel Cap. 7. detto habbiamo.

## *DEL MODO DI SOTTRARE li numeri rotti.*
### *Cap. XII.*

SE le due minutie, la minore delle quali s'hà da sottrarre dalla maggiore, haueranno il medesimo Denominatore, se dourà sottrarre il Numeratore dell'vna dal Nominatore dell'altra, & sot-

sotto il residuo scriuere il medesimo Denominatore. Ma se haueranno diuersi Denominatori, si haueranno prima da ridurre ad vn medesimo Denominatore, & all'hora nel medesimo modo far la sotrattione. Come se si hà da sottrarre questa minutia $\frac{5}{17}$ da questa $\frac{8}{17}$ sottrarremo il Numeratore 5. dal Numeratore 8. & il resto 3. porremo sopra il medesimo Denominatore 17. acciò si faccia la restante minutia $\frac{3}{17}$. Come se 5. scudi si cauassero da 8. scudi, rimarriano scudi 3. Ma se si hà da sottrarre questa minutia $\frac{2}{3}$. da questa $\frac{8}{9}$. si doueranno prima ridurre tutte due a queste $\frac{18}{27}$. $\frac{24}{27}$. della medesima denominatione. Doppo sottrare il Numeratore 18. dal Numeratore 24. & il resto 6. porre sopra il commune denominatore 27. acciò si facci la minutia $\frac{6}{27}$. che resta. Come douendosi cauare 2. giulij da 8. scudi, si doueranno prima ridurre li 8. scudi a 80. giulij, acciò rimanghino 78. giulij.

Se dall'intieri si douerà cauare qualche numero rotto, s'hauerà da ridurre vn'vnità dall'intieri à'rotti della medesima denominatione, acciò si faccia vna minutia, il Numeratore della quale sia vguale al denominatore, & da quella si ha da sottrarre la minutia proposta, Come douendosi cauare da 10. questa minutia $\frac{6}{11}$. faremo d'vn' vnità $\frac{11}{11}$. da quali se cauaremo $\frac{6}{11}$. rimarranno 9. $\frac{5}{11}$. Imperoche all'intieri mancerà quell'vnità, che è stata ridotta alla minutia. *Quando vi sono intieri che si habbiano fare:*

Ma se dall'intieri si doueranno cauar l'intieri, & di più alcun rotto, si douerà ridurre similmẽte vna vnità di quell' intieri alla minutia della medesima denominatione. Dipoi cauare l'intie-

rida gl'altri intieri, & il rotto dall' altro rotto. Come se questo num. 4. $^{3}$. si habbia da sottrare dar ro. faremo d'vna vnita del num. 10. questa minutia $\frac{5}{5}$. dalla quale se leuaremo $^{3}$. rimaranno $\frac{2}{5}$. & se si leuaranno 4. dal resto 9. rimaranno 5. si che tutto il num. ch'auanza, sarà 5. $\frac{2}{5}$.

VLTIMAMENTE se dall'intieri insieme con rotti si douerranno sottrarre intieri, & rotti ouero rotti soli, se il rotto, che si ha da cauare, è minor di quello, dal qual si caua, ò a quello vguale, s'hauerà da sottrare il rotto dal rotto, & l'intieri dall'intieri: Ma se il rotto, che si deue sottrarre, sarà maggior di quello, dal quale si fa la sottrattione, s'hauerà da ridurre vna vnità d'intieri, dalli quali si deue far la sottrattione al rotto, che gli stà congionto, &c. Come se questo num. 6. $^{3}$. si douerà sottrarre da questo 10 $\frac{1}{2}$. perche la minutia $\frac{3}{4}$ è maggiore, che $\frac{1}{2}$. faremo d'vna vnità del num. fano 10. questa minutia $\frac{2}{2}$ la quale con $\frac{1}{2}$. farà $\frac{3}{2}$. dalla quale minutia se si leuarà la minutia $^{3}$. restarà la minutia $\frac{6}{8}$. Leuati ancora 6. da 9. rimarrà 3. Sarà dunque tutto il num. che resta 3. $\frac{6}{8}$.

*Quando vi sono più minutie, che si habbia à fare.*

CHE se alle volte si douerà sottrare vna minutia da più minutie, ò più da vna, ò più da più s'haurà da auuertir di raccorre prima in vna somma quelle più, tanto quelle, che si sottraggono, quanto quelle, dalle quali si douerà fare la sottrattione.

*Prattica di sottrare vna minutia da vn'altra.*

DI modo, che per sottrarre vna minutia dall' altra quando li Denominatori sono diuersi s' hāno da moltiplicare li Numeratori in croce per li Denominatori, & vn prodotto sottrarre dall' altro, & sotto à quello che resta, mettere il num.

pro-

prodotto dalla moltiplicatione de i Denominatori tra di loro. Perche in questo modo le due minutie proposte si riducono ad vna medesima denominatione, &c. Come per essempio, douendosi sottrarre la minutia $\frac{3}{4}$. dalla minutia $\frac{7}{9}$. moltiplicaremo il Numeratore 3. dalla minutia, che si caua, per il Denominatore 9. dell'altra, & il prodotto 27. cauaremo dal n. 28. prodotto dalla moltiplicatione del Numerat. 7. della minutia, dalla quale si fà la sottrattione, per il Denominatore 4. dell'altra, & sotto l'vnità rimasta porremo il n. 36. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, acciò si facci la minutia che resta $\frac{1}{36}$.

LA proua della sottrattione si fa per il raccorre. Perche se la minutia rimasta si aggiongerà alla minutia sottratta, si rifarà quella minutia, della quale è stata fatta la sottrattione, se non si è fatto errore. Come dire, perche sottraendo questa minutia $\frac{3}{4}$. da questa $\frac{7}{9}$. rimane questa minutia $\frac{1}{36}$. come nel prossimo essempio è stato chiaro, se si aggiongerà $\frac{1}{36}$. a $\frac{3}{4}$. si farà questa minutia $\frac{112}{144}$. che ridotta a minimi termini, sarà questa $\frac{7}{9}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione. Così ancora, perche sottraendo questa minutia $\frac{2}{3}$. da questo $\frac{6}{8}$. rimane questa minutia $\frac{2}{24}$. la quale se si aggiongerà a $\frac{2}{3}$. si farà questa minutia $\frac{18}{24}$. che è vguale alla minutia $\frac{6}{8}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione, come è manifesto, se l'vna, & l'altra si ridurrà a minimi termini; Perche sempre si ritrouarà questa minutia $\frac{3}{4}$. Ouero se li Numeratori di quelle si moltiplicaranno in croce per li Denominatori: Perche sempre produrranno vn medesimo num. cioè, 432.

*La proua del sottrare delle minutie.*

## DEL MODO DI MOLTIPLICARE i numeri rotti. Cap. XIII.

*La moltiplicatione delle minutie in che modo si faccia.*

SE si moltiplicaranno tra di loro li Numeratori si produrà il Numeratore della moltiplicatione; ma dalla moltiplicatione de i Numeratori, si farà il Denominatore della medesima Come dalla moltiplicatione di $\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{6}{12}$. cioè $\frac{1}{2}$. Perche li Numeratori moltiplicati tra di loro fanno 6. & li Denominatori 12.

*Quando vi sono intieri, che si debba fare.*

QVANDO vna minutia si douerà moltiplicare per vn num. intiero, s' hauerà da porre sotto il num. intiero vn'vnità, accio da esso si facci quasi vn certo rotto denominato dall' vnità. Doppo s' osseuerà la regola che poco fa hauemo data. Come se si haueranno da moltiplicare 8. per $\frac{4}{5}$. scriueremo 1. sotto l' 8. come tù vedi nel proposto essempio.

$\frac{8}{1}$. $\frac{4}{5}$.

Adunque se si moltiplicaranno tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{32}{5}$. che val tanto, quãto $6.\frac{2}{5}$.

Ma quando al num. intiero è congionta qualche minutia, s' hauerà da ridurre il numero intiero a quella minutia, acciò da esso, & dalla minutia attaccata si facci vn rotto. Come douendosi moltiplicare 8. per $3\frac{5}{6}$. faremo $3.\frac{5}{6}$. la minutia $\frac{23}{6}$. & sotto il num. 8. metteremo 1. come tù vedi esser stato fatto qui.

$\frac{8}{1}$. $\frac{23}{6}$.

Se adunque si moltiplicaranno tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{184}{6}$. equiualente a questo num. $30.\frac{4}{6}$. Di più se si douranno moltiplicare

$4\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$. ridurremo 4. $\frac{2}{3}$ a $\frac{14}{3}$ come quì tù vedi. Et si procurrà dalla moltiplicatione $\frac{14}{3}$ $\frac{1}{2}$. questa minutia $\frac{14}{6}$. cioè $2\frac{2}{6}$. Nel medesimo modo, se si doueranno moltiplicare $4\frac{1}{2}$. per $3\frac{1}{5}$. ridurremo il num. primo a $\frac{9}{2}$. & il secondo a $\frac{16}{5}$. come tù vedi $\frac{9}{2}$. $\frac{16}{5}$. nell' essempio quì posto. Moltiplicando adunque tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrà questa minutia $\frac{144}{10}$. cioè $14\frac{4}{10}$.

La proua della moltiplicatione si fa per la diuisione. Perche, se si diuiderà la minutia prodotta per vna delle due, che sono moltiplicate, necessariamente verrà nel Quotiente l'altra minutia moltiplicata. Come se dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si fa $\frac{4}{14}$. è necessario, che partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{4}{7}$. ma partendo la medesima minutia $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si facci $\frac{1}{2}$. Ma perche partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{8}{14}$. la qual minutia è vguale a questa $\frac{4}{7}$ & diuidendo il medesimo rotto $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si produca $\frac{28}{56}$. cioè $\frac{1}{2}$ sarà manifesto dal seguente capitolo.

*La proua della moltiplicatione delle minutie come si faccia.*

Nè deue fare marauiglia ad alcuno, che la moltiplicatione delle minutie produchi sempre vna minutia minore dell'vna, & l'altra minutia, che moltiplica, come nell' vltimo essempio, che hauemo dato nella proua, è manifesto, doue dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. è prodotta la minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. la quale è minore dell' vna, & l'altra minutia, che moltiplica. Percioche se si considera bene la natura della moltiplicatione, facilmente conoscerà ogn'vno questo necessariamente così douer essere. Perche essendo, che all' hora

*Perche nella moltiplicatione delle minutie si produchi vna minutia minore dell' vna, & l'altra, che moltiplica.*

un numero si dica esser moltiplicato per vn'altro, quando vno d'essi si piglia tante volte, quante volte l'altro contiene l'vnità, come nel cap. 4. hauemo detto, è cosa chiara, che nè l'vna, nè l'altra minutia, che moltiplica, si può pigliare tutta nel numero prodotto; ma solamente certi fragmenti di essa, cioè, fragmenti dell'vnità, quali ci vengono significati per l'altra minutia, che moltiplica, poiche questa minutia è minore dell'vnità imperoche di quì è, che si come la minutia, che moltiplica, non contiene l'vnità intiera, così ne anco il num. prodotto conterrà tutta l'altra minutia, che moltiplica. Come nel prossimo essempio, si come $\frac{1}{2}$. e la meza parte dell'vnità, così ancora il num. prodotto $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. è la mezza parte di questa minutia $\frac{4}{7}$, come ricerca la definitione della moltiplicatione. Bene adunque dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si produce questa minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. Questo ancora sarà più chiaro dal commune modo di parlare Italiano. Imperoche, si come, quando si moltiplica 3. per 6. intendiamo, che si ha da pigliare il 3. sei volte, ouero il 6. tre volte, cioè 18. così ancora, quando si moltiplica $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. vogliamo dire, che si deui pigliare $\frac{4}{7}$. vna meza volta, ouero, che si ha da pigliare la metà di $\frac{4}{7}$. ouero $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. cioè, solamente $\frac{2}{7}$. Essendo chiaro, che la metà di $\frac{4}{7}$. fa $\frac{2}{7}$. & $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. fanno $\frac{2}{7}$. ouero $\frac{4}{14}$. poiche $\frac{1}{7}$. di $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{14}$. & come costa dalla ridottione di queste minutie di minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{7}$. $\frac{1}{2}$. Imperoche per il cap. 10. la prima si ridurrà a questa semplice $\frac{4}{14}$. & la seconda a questa $\frac{1}{14}$. Così ancora dalla moltiplicatione di 9. per $\frac{1}{3}$. Si produce questa minutia $\frac{9}{3}$. cioè
que-

questo numero 3. che è minore di 9. Perche sì come $\frac{1}{3}$. è la terza parte dell'vnità, così il numero 3. è la terza parte del numero 9. Ouero, si come il numero prodotto 3. contiene $\frac{1}{3}$. noue volte, così il numero 9. contiene noue vnità. Non è adunque marauiglia, che si produca minor numero dell'vna, & dell'altra minutia moltiplicante, quando ciascuna di esse è minore, che l'vnità. Imperoche quando si moltiplica vn numero intiero per vn rotto, si produce ben sempre vn numero minore, che l'intiero moltiplicato, ma maggiore, che la minutia moltiplicante, si come nel prossimo essempio s'è visto. Così ancora se l'intieri per l'intieri insieme con rotti, ouero l'intieri insieme con rotti per l'intieri insieme con rotti si moltiplicaranno, sempre si produrrà maggior numero dell'vno, & dell'altro numero moltiplicante, per amor del numero intiero, che moltiplica l'intieri. Come dire dalla moltiplicatione di 4. per 3. $\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{52}{4}$. cioè 13. Perche il numero 4. pigliato tre volte fa 12. & la quarta parte di esso è 1. ouero, perche il numero 3. pigliato quattro volte fa 12. & la minutia $\frac{1}{4}$. pigliata quattro volte $\frac{4}{4}$. cioè 1.

## DEL MODO DI DIVIDERE i numeri rotti. Cap. XIV.

PER più facilità, la regola della diuisione si potrà ridurre alla regola della moltiplicatione, in questo modo. Si cambino tra di loro li termini, ò numeri della minutia, che è partitore, *Come si faci la diuisione delle minutie.*

cioè,

cioè, il Numeratore si scriua sotto la linetta, & il Denominatore di sopra. Perche fatto questo, se la regola datta della moltiplicatione nel capitolo precedente si osseruarà; cioè se tanto li Numeratori tra se, quanto Denominatori tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero Quotiente. Come douendosi diuidere questa minutia $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{6}$. starà l'essempio, come quì vedi. Moltiplicando adunque tanto li Numeratori, quanto li Denominatori tra di loro, si produrrà questa minutia $\frac{6}{2}$. cioe, il numero 3 che è il Quotiente. Così ancora se si douerà diuidere la minutia $\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{7}$. starà l'essempio, come quì vedi. Et il Quotiente sarà $\frac{1}{4}$. $\frac{4}{9}$.

$\frac{1}{2}$. $\frac{6}{1}$.

$\frac{2}{3}$. $\frac{7}{3}$.

Quando vi sono dell'interi, che si habbia a fare.

Quando vn numero intiero si hà da diuidere per vna minutia, ò per vn numero intiero, con rotti. Ouero vna minutia per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti: Ouero finalmente vn numero intiero con rotti per rotti ò per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti, si douerà porre sotto il numero intiero vn'vnità, se il num. intiero sarà solo senza rotto; Ma se il num. sarà intiero con rotto, si douerà ridurre quel num. intiero alla minutia, che gli stà attaccata, acciò si facia vna totale minutia, come nel Capit. precedente hauemo detto. Doppo si ha da osseruare la regola già detta. Come nelle seguenti Diuisioni staranno li essempij, insieme con li Quotienti loro, come quì vedi.

6. per

| | | | | li Quotienti. |
|---|---|---|---|---|
| 6. per $\frac{2}{3}$. | Così staranno gl'essempij. | $\frac{6}{1}$. | $\frac{3}{2}$. | $\frac{18}{2}$. ouero 9. |
| 6. per $4\frac{2}{3}$. | | $\frac{6}{1}$. | $\frac{3}{14}$. | $\frac{18}{14}$. ouero 1 [illegible]/7. |
| $\frac{2}{3}$. per 6. | | $\frac{2}{3}$. | $\frac{1}{6}$. | $\frac{2}{18}$. ouero $\frac{1}{6}$. |
| $\frac{2}{3}$. per $6\frac{1}{2}$. | | $\frac{2}{3}$. | [illegible]/13. | $\frac{14}{35}$. |
| $6\frac{1}{2}$. per $\frac{3}{4}$. | | $\frac{13}{2}$. | $\frac{4}{3}$. | $\frac{52}{6}$. ouero $8\frac{2}{3}$. |
| $6\frac{1}{2}$. per 3. | | $\frac{13}{2}$. | $\frac{1}{1}$. | $\frac{13}{6}$. ouero $\frac{1}{6}$. |
| $6\frac{1}{2}$ per $2\frac{4}{5}$. | | $\frac{13}{2}$. | $\frac{5}{14}$. | $\frac{65}{38}$. ouero $1\frac{27}{38}$. |

ALCVNI danno questa regola della Diuisione delle minutie. Il Numeratore della minutia, che si ha da partire, (posta l'vnità sotto gl'intieri, se vi sono, & ridotti gl'intieri alla minutia, che egli è a lato, se ci è) si moltiplichi per il Denominatore della minutia, per la quale si diuide. Perche in questo modo si produrrà il Numeratore della minutia Quotiente, Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione dei Denominatore della minutia, che si ha da partire, per il Numeratore della minutia, per la quale si diuide. Il che in vero è il medemo, come se si cambiassero tra di loro i termini, ò numeri del partitore, & si seruasse la regola della moltiplicatione, come è manifesto. Ma perche alcuno potrebbe stare alle volte in dubbio, se il Numeratore della minutia, che si diuide, ouero di quella per la quale si diuide, produca il Numeratore della minutia Quotiente, (perche facilmente questa cosa potrebbe

*In che modo, gl'altri insegnino di diuidere le minutie.*

vscire di memoria) più mi piace la prima regola da noi data, nella quale la regola della Diuisione si riduce alla regola della moltiplicatione.

*La proua della Diuisione delle minutie.*

La proua della Diuisione, si fa per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà la minutia Quotiente per la minutia, per la quale si diuide, si produrrà necessariamente la minutia diuisa. Essempio. Perche dalla Diuisione di $\frac{4}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produce la minutia $\frac{8}{5}$. cioè $1\frac{3}{5}$. seguita, che dalla moltiplicatione di $1\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produchi la minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Il che è verissimo. Imperoche si produce da questa moltiplicatione, la minutia $\frac{8}{10}$. che è vguale a questa $\frac{4}{5}$. come è manifesto.

*Perche spesse volte nella diuisione delle minutie, il Quotiente sia maggiore, della minutia diuisa.*

Ma che nella Diuisione delle minutie spesse volte si produca vn Quotiente maggiore, che la minutia, che si diuide, come nella diuisione di $\frac{6}{7}$. per $\frac{2}{7}$. è manifesto, nella quale il Quotiente è $\frac{42}{14}$. cioè 3. nõ deue far marauiglia ad alcuno. Perche essendo, che il numero Quotiente significhi, quante volte il partitore si contẽga nel numero, che si diuide, chiara cosa è, quando la minutia, per la quale si diuide, è minore, della minutia, che si diuide, che quella in questa viene ad essere contenuta più d'vna volta, & però che'l Quotiente habbia ad essere maggiore, che 1. ancorche la minutia, che si diuide, sia minor che 1. Come nel prossimo essempio: perche la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, si contiene nella minutia $\frac{6}{7}$. che diuide, tre volte, auuiene, che'l Quotiente sia 3. acciò mostri, quella in questa essere contenuta tre volte. Il medesimo ancora dalla definitione della Diuisione chiaramente apparisce. Perche conciosia che la Diuisione sia vn ritrouamen-

mento di vn numero, che tante volte contenghi l'vnità, quante volte il numero che si diuide, contiene in se il partitore, come nel cap. 5. hauemo detto, è chiaro, che nella prossima Diuisione il Quotiente debbia essere 3. cioè, che contenghi tre volte l'vnità, si come ancora la minutia che si diuide, contiene la minutia per la quale si diuide, tre volte. Adunque non è marauiglia, che nella Diuisione delle minutie sempre si produca vn Quotiente maggiore del numero, che si diuide quando il partitore è minore d'1. & minore anco della minutia che si diuide, come nel dato essempio è stato chiaro. Et il medesimo nella Diuisione di 6. per ½. apparisce doue il Quotiente è 12. perche la minutia ½. per la quale si diuide, è contenuta 12. volte nel num. 6. che si diuide.

*Quando il Quotiente sia maggiore del num. che si diuide, nella Diuisione delle minutie.*

La qual cosa però più generalmente dimostraremo, ogni volta, che'l partitore è minore, dell'vnità, ancorche non sia minore, del numero, che si diuide, in questo modo. Essendo la Diuisione vn ritrouamento d'vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore, sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'Vnità qual'è del numero, che si diuide, al partitore, & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, quale è dell'vnità al partitore. Essendo adunque l'vnità maggiore, del partitore, per la suppositione, sarà ancora il Quotiente maggiore del nu. che si diuide.

Nondimeno quando il partitore è maggiore, d'1. sempre il Quotiente sarà minore del numero che si diuide. Essempio. Partiti ... di ⁸ per ...

*Quando il Quotiente sia minore nelle minutie, del*

*num. che si diuide.*

il Quotiente è $\frac{46}{27}$. Et $6\frac{1}{2}$. per $1\frac{2}{3}$. il Quotiente è $\frac{39}{10}$. cioè $3\frac{9}{10}$. Et partendosi $100\frac{1}{2}$. per $10\frac{1}{4}$. il Quotiente è $\frac{804}{82}$. cioè $9\frac{80}{87}$, ouero $9\frac{15}{41}$. Di più partendosi $3\frac{1}{5}$. per $1\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{32}{15}$. cioè $2\frac{2}{15}$. doue tù vedi, il Quotiente sempre esser minore del numero, che si diuide.

La ragione è, perche essendo la Diuisione vn ritrouamento d'vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore; sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'vnità, quale è del numero, che si diuide, al partitore; & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, qual'è dell'vnità al partitore. Essendo adunq; l'vnità minore, del partitore, per la suppositione sarà ancora il Quotiente minore, del numero, che si diuide.

*ANNOTATIONE.*

*Tutto questo della linea, che comincia* (La qual cosa però. &c.) *sin quì, l'Autore l'ha mutato così, imperoche nell'Essemplare Latino non stà in questo modo: Et egli vorrebbe, che così si leggesse nel Latino, come stà quì nel volgare; Essendo la cosa assai più chiara, qui, che lì, & più vniversale.*

## DEL MODO DI INESTARE *i numeri rotti.* *Cap. XV.*

*Che cosa sia l'inestamento delle minutie.*

SOGLIONO alcuni Aritmetici vsare vna certa operatione nelle minutie, che chiamano inestamento (alcuni la chiamano infilzamento) Il quale inestamento non è altro, che essendo proposte due, ouero più minutie, delle quali ciascheduna sia vn rotto, ò di vna sola particola di tutte le cose, che la [illegible]dine, ouero vn

rotto

rotto di tutte le ſeguenti minutie intiere per ordine, vn' aggiongere tutte le propoſte minutie di queſta ſorte, all' vltima minutia, riſpetto della quale ſi pigliano tutti quelli rotti di rotti; Di maniera, ch'in vn certo modo s'ineſtino, ò s'inſeriſchino, & s'infilzino le precedenti minutie alle ſeguenti. Donde queſt'operatione ha preſo il nome di ineſtamento, come nelli eſſempij ſarà chiaro. Come dire, ſe ſaranno propoſte queſte due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. di modo; che la prima ſia vn rotto di vna ſola particella dell'vltima, ouero vn rotto di tutta l'vltima: cioè, di modo, che la prima contenga ò due terze parti di vna quarta parte, ouero due terze parti di tre quarte parti; l'operatione, con la quale aggiongiamo $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti a $\frac{3}{4}$. ſi chiama ineſtamento. Nel medeſimo modo, ſe ſaranno propoſte queſte quattro minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. ſiche ciaſceduna ſia vn rotto, ò d'vna ſola particola di tutte le ſeguenti, ouero vn rotto di tutte quante le ſeguenti, intiere, cioè, che la prima contenga ò due terzi di vn quarto di vn quinto di vn ſettimo; & la ſeconda ſignifichi tre quarti di vn quinto di vn ſettimo; & la terza comprenda due quinti di vn ſettimo; ouero, che la prima contenga due terzi di tre quarti di due quinti di quattro ſettimi; & la ſeconda comprenda tre quarti di due quinti di quattro ſettimi; & la terza ſignifichi due quinti di quattro ſettimi; l'operatione, con la quale ſi aggiongono tutti queſti rotti, cioè $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn ſettimo; & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn ſettimo, & $\frac{2}{5}$. di vn ſettimo; ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di

quattro settimi; & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi; & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi a $4$. si chiama inesta-stamento, & così dell'altre.

È adunque l'inestamento di due sorti; l'vna, quando ciascheduna minutia è vn rotto d'vna sola particola di tutte le seguenti minutie per ordine, l'altra, quando ciascheduna minutia è vn rotto di tutte l'intiere minutie seguenti per ordine, si come nelli essempij è stato manifesto. Essendo questo così tutti gl'Aritmetici hanno parlato solamente del primo inestamento senza farne mentione alcuna del secondo, forse per questa causa: perche il primo è molto vtile a diuidere qual si voglia numero intiero insieme con alcun rotto, per vn numer. intiero, si come poco più à basso diremo. Ma perche il secondo inestamento ancora è molto vtile nelle progressioni Geometriche, come piacendo a Dio, nella nostra Aritmetica maggiore dichiararemo, daremo la regola dell'vno, & dell'altro inestamento.

*L'inestamento perche causa sia stato ritrouato.*

È gran differenza tra l'inestamento, & quella operatione, con la quale nel cap. 9. hauemo insegnato il modo di ridurre le minutie di minutie ad vna semplice minutia. Perche iui essendoci proposte: verbi gratia queste due minutie $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$. in modo, che la prima sia vn rotto della seconda, ricercauamo solamente; che sorte di minutia semplice facessero due terzi di tre quarti, & ritrouauamo, che faceuano $\frac{6}{12}$. cioè $\frac{1}{2}$. d'vn intiero. Ma qui cercaremo, che sorte di minutia si faccia, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti, a $\frac{3}{4}$. che nel primo modo si farà questa minutia $\frac{11}{12}$. ma nell'altro modo questa $\frac{15}{12}$.

*La differenza, che è tra l'inestamento, & la ridottione delle minutie di minutie.*

cioè

cioè $1\frac{1}{4}$. delle quali l'vna, & l'altra è differente assai da $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo si vedrà la differenza, se saranno più minutie, di due.

Se adunque si proponeranno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di vna sola particella della seconda, così si farà l'inestamento. Moltiplichisi il Numeratore della seconda minutia, per il Denominatore della prima, & al prodotto numero si aggionga il Numeratore della medesima prima. Perche questa somma sarà il Numeratore della minutia, che si ha da produrre, ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori trà di loro. Essempio. Se saranno date queste due minutie $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$. così si farà l'inestamento, ouero così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto con $\frac{3}{4}$. Moltiplicandosi il Numeratore 3. della seconda minutia, per il Denominatore 3. della prima si fa 9. & aggiongendo il Numeratore 2. della medesima prima minutia si fa 11. cioè, il Numeratore della minutia, che si hà da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Si che questa minutia $\frac{11}{12}$. risulta di $\frac{2}{3}$. di vn quarto sommati con $\frac{3}{4}$. Il che facilmente si potrà prouare per la regola del sommare i rotti. Imperoche essendo, che $\frac{2}{3}$. di vn quarto, secondo la riduttione delle minutie di minutie, faccino $\frac{2}{12}$. se si aggiongeranno $\frac{2}{12}$. a $\frac{3}{4}$. si faranno $\frac{44}{48}$ cioè $\frac{11}{12}$. come prima.

*Prima regola dell'inestamento di due minutie.*

Mà se si daranno più minutie, di due delle quali ciascheduna sia vn rotto di vna sola particola di tutte le seguenti per ordine, l'inestamento si farà in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore

*In che modo più minutie, di due s'inestino insieme.*

me per la prima regola. tore dell'vltima minutia, per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto si aggiõga il Numeratore della medesima penultima. Doppo si moltiplichi questa somma per il Denominatore della minutia antepenultima, & al prodotto numero si aggionga il Numeratore della medesima antepenultima. Dipoi si moltiplichi ancora questa somma per il Denominatore della prossima antecedente minutia, & al num. prodotto si aggionga il Numero della medesima minutia, che precede; & così di mano in mano, se saranno più minutie, l' vltima somma sempre si moltiplichi per il Denominatore della precedente minutia, & al prodotto si aggionga il Numeratore della medesima precedẽte minutia, fin che nõ resti alcuna minutia: perche l' vltima sõma sarà il Numeratore della minutia, perche che si hà da produrre: ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come, se saranno date queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. così si farà l'inestamento, cioè, così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo, & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo, & $\frac{2}{5}$. di vn settimo con $\frac{4}{7}$. Dalla moltiplicatione del Numeratore 4. dell' vltima minutia per il Denominatore 5. della penultima, si fanno 20. aggiongendo il Numeratore 2. della medesima penultima minutia, si fanno 22. che moltiplicati per il Denominatore 4. dell' antepenultima minutia fanno 88. aggiongendo il Numeratore, 3. della medesima antepenultima minutia, si fanno 91. che moltiplicati per Denominatore 3. dell' antecedente minutia, che è la prima, fanno 273. aggiongendo

il

il Numeratore 2. della medesima prima minutia precedente si fanno 275. che sarà il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 420. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, cioè, dalla moltiplicatione del primo per il secondo, & di questo numero prodotto per il terzo, &c. Si che da questo inestamento ne nascerà questa minutia $\frac{275}{420}$. che ridotta alli minimi termini sarà $\frac{55}{84}$. Il che per la regola del sommare i rotti si prouarà in questo modo. Perche $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. per la regola del ridurre le minutie di minutie, fanno $\frac{2}{420}$. Et $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{3}{140}$. & $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{2}{35}$. se queste tre minutie $\frac{3}{420}$. $\frac{1}{140}$. $\frac{2}{35}$. si sommaranno con $\frac{4}{7}$. si farà $\frac{9432500}{14406000}$. cioè, ne i minimi termini $\frac{55}{84}$. come prima. Ma molto più facilmente, & più presto fù ritrouata questa somma per l'inestamento.

IN questa regola dell'inestare, niuna minutia si ha da ridurre alli minimi termini, prima che sia finita tutta l'operatione, perche il senso si variarebbe, & si farebbe grand'errore. Ma finita l'operatione, si potrà ridurre la somma prodotta alli minimi termini, come da noi è stato fatto. Perche hauemo ridotto questa minutia $\frac{275}{40}$. prodotta dell' inestamento, à questa $\frac{65}{84}$. Ma che il senso si variarebbe, & si farebbe errore se alcuna minutia si riducesse a minimi termini, inannzi al fine dell' operatione, è cosa chiara Perche, se si douerauno inestare queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{8}{12}$. cioè aggiongere $\frac{2}{3}$. di vn duodecimo a $\frac{8}{12}$. si fara $\frac{36}{36}$. Ma se l'vltima minutia $\frac{8}{12}$. si riducesse a minimi termini, come dire a questa minutia $\frac{2}{3}$.

si douerrebbono inestare $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$. cioè sommare $\frac{2}{3}$. di vn terzo con $\frac{2}{3}$. Il qual senso è molto diuerso dal primo: & perciò si farebbe da questo inestamento vn'altra minutia, cioè [illegible]. molto diuersa dalla prima minutia prodotta $\frac{26}{36}$. Nondimeno questa prima minutia prodotta $\frac{26}{36}$. si può ridurre a questa, ne i minimi termini $\frac{13}{18}$.

*La somma dell'inestamento secondo la prima regola sempre è minore dell'unità & perche causa.*

NON è anco da lasciar di dire, che la somma raccolta dall'inestamento gia esposto, se l'vltima minutia e minore dell'vnità sempre è minore dell'vnità, ancorche s'inestino infinite minutie. Come se queste minutiæ $\frac{3}{4}$.$\frac{2}{3}$.$\frac{1}{2}$.$\frac{4}{5}$. s'inestino, faranno, questa minutia $\frac{119}{120}$. che è minore dell'vnità. Et che questa debba essere così, si può dichiarare in questo modo. Perrhe, accioche $\frac{4}{5}$. faccino vna vnità, ne manca $\frac{1}{5}$. & la minutia precedente $\frac{1}{2}$. che si aggionge a $\frac{4}{5}$. non è $\frac{1}{5}$. ma $\frac{1}{2}$. di vn quinto; seguita, che a compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{3}$. di vn quinto. Et perche l'antecedente minutia $\frac{2}{3}$. che si aggionge, non è $\frac{1}{2}$. di vn quinto ma $\frac{2}{3}$. di vn mezzo di vn quinto; seguita, che per compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{3}$. di vn mezo di vn quinto. Di più, perche la precedente minutia $\frac{3}{4}$. non è $\frac{1}{3}$. di vn mezzo di vn quinto, ma $\frac{3}{4}$. di vn terzo di vn mezzo di vn quinto; seguita, che per fornire l'vnita, manchi ancora $\frac{1}{4}$. di vn terzo di vn mezzo di vn quinto. Et così di mano in mano, se fossero più minutie, sempre mancarà alcuna cosa a compire l'vnità.

*L'vso della prima regola dell'inestamento nel diuidere vn*

MA acciò tù veda, quanto sia eccellente l'vso di questa prima regola dell'inestare nel diuidere vn numero intiero insieme con vna minutia per vn'altro numero intiero, addurò vno, ò due essem-

*numer. intiero insieme con vn rotto per vn num. intiero.*

semp.j, Hebbiasi da diuidere 20. $\frac{1}{4}$. per 12. Diuidendosi l'intieri 20. per 12. si fà il Quotiente 1. $\frac{8}{12}$. Et perche la minutia $\frac{1}{4}$. si deue ancora diuidere per 12. & il Quotiente aggiongera al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente ( se si diuide $\frac{1}{4}$. per 12,) $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, si come quando si diuide 1. per 12, il Quotiente è $\frac{1}{12}$. seguita dico, che se s'inestano queste minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. cioè, se si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo ( cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12. ( a $\frac{8}{12}$. si faccia vna minutia: che aggionta al Quotiente intiero 1. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{1}{4}$ $\frac{8}{12}$. questa minutia $\frac{33}{48}$: cioè $\frac{11}{16}$. farà tutto il Quotiente 1. $\frac{11}{16}$. Il medesimo farai, se il partitore 12. metterai sotto il numero 20. intiero, che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{20}{12}$. & a questa minutia inestarai la minutia $\frac{1}{4}$. che ancora s'ha da diuidere in questo modo, $\frac{1}{4}$. $\frac{20}{12}$. Percioche la minutia $\frac{20}{12}$. è il Quotiente della diuisione di 20. per 12. al quale per l'inestamento si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12. Ma che nell'vno, & l'altro modo si facci bene la diuisione di 20. $\frac{1}{4}$. per 12. facilmente lo potrai esperimentare per la regola della diuisione. Imperoche se diuiderai 20. $\frac{1}{4}$. per 12. ritrouerai il Quotiente $\frac{81}{48}$. cioè 1. $\frac{33}{48}$. ouero 1 $\frac{11}{16}$. come prima.

Habbiasi ancora da partire 100 $\frac{5}{7}$. per 8. Partendosi l'intieri 100. per 8, si fa il Quotiente 12 $\frac{4}{8}$. Et perche la minutia $\frac{5}{7}$. si deue diuidere ancora per 8. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; seguita. che essendo il Quotiente ( se si

tiente (se si diuiderà $\frac{5}{6}$. per 8.) $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, si come, se si diuide 1. per. 8. il Quotiente è $\frac{1}{8}$. seguita dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo (cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8.) a $\frac{4}{8}$. si facci vna minutia, ch'aggionta al Quotiente intiero 12. componghi tutto il Quotiente. Faccendosi adunque dell'inestamẽto di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. questa minutia $\frac{29}{48}$. sarà tutto il Quotiente 12. $\frac{29}{48}$. Il medesimo farai, se il partitore 8. metterai sotto il numero intiero 100. che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{100}{8}$. & a questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$: che s'ha ancora da diuidere in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{100}{8}$. Perche la minutia $\frac{100}{8}$, è il Quotiente della diuisione di 100. per 8. alla quale per l'inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8. Il medesimo Quotiente 12. $\frac{29}{48}$. affatto ritrouerai, se per la regola della diuisione partirai 100. $\frac{5}{6}$. per 8. Perche farai il Quotiente $\frac{605}{48}$. cioè 12. $\frac{29}{48}$.

Finalmente habbiasi da diuidere 100 $\frac{5}{6}$. per 10. Diuidendosi l'intieri 100. per 10. Il Quotiẽte è 10. auanza nulla. Et perche s'ha da diuidere ancora la minutia $\frac{5}{6}$. per 10. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; di qui nasce, che essendo (se si diuide $\frac{5}{6}$. per 10.) il Quotiente $\frac{5}{6}$. di vn decimo. si come diuidendosi 1. per 10. il Quotiente è $\frac{1}{10}$. Di qui nasce dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{0}{10}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn decimo (cioè, il Quotiente della diuisione di per 10. (a $\frac{10}{0}$.) Imperoche, essendo, che nissun rotto auanzò nella diuisione di 100

per

per 10. si deue porre la figura 0. sopra il partitore 10. acciò si faccia la minutia $\frac{0}{10}$. che significa nissun decimo) si faccia vna minutia, che aggionta al Quotiente intiero 10. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{0}{10}$. questa minutia $\frac{5}{60}$. sarà tutto il Quotiente $10\frac{5}{60}$. cioè $10\frac{1}{12}$. Il medesimo farai, ponendo il partitore 10. sotto il numero intiero 100. che s'ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{100}{10}$. & a questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$. che si ha similmente da diuidere in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{100}{10}$. Perche la minutia $\frac{100}{10}$. è il Quotiente della diuisione di 100. per 10. alla quale per l'inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn decimo cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 10. Il medesimo Quotiente a fatto hauerai, se diuiderai 100. $\frac{5}{6}$. per 10. secondo la regola della Diuisione. Imperoche si fara il Quotiente $\frac{695}{60}$. cioè $10\frac{5}{60}$. ò vero 20. $\frac{1}{12}$.

Hora se si proporrãno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di tutta la seconda si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore della seconda minutia, per il Denominatore della prima, & al numero prodotto si aggiõga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori. Perche in questo modo si farà il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno date queste minutie $\frac{2}{3}$. . così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti a $\frac{3}{4}$. Dal Numeratore 3. della seconda minutia moltiplicato per il Deno-

Seconda regola dell'inestamento di due minutie.

mi-

minatore 3. della prima si fanno 9. & aggiongendo il numero 6. prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori, si fanno 15. cioè, il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il num. 12, prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Si che dall'aggiongere $\frac{2}{3}$. di tre quarti a $\frac{3}{4}$. si compone questa minutia $\frac{15}{12}$, cioè $1\frac{1}{4}$. Il che facilmente prouerai per la regola del sommare. Imperoche essendo, che $\frac{2}{3}$, di tre quarti faccino $\frac{6}{12}$. come è manifesto per la riduttione delle minutie di minutie, che insegnato hauemo; se sommaranno $\frac{6}{12}$. con $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{60}{48}$, cioè $1\frac{1}{4}$. come prima.

*In che modo più minutie, di due, s'inestino per la seconda regola.* Ma se più minutie, di due, saranno proposte; dalle quali ciascheduna sia vn rotto di tutte le minutie seguenti intieri per ordine, si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia per il Denominatore della penultima, & al num. prodotto si aggionga il num. prodotto dalla moltiplicatione delli vltimi due Numeratori tra di loro. Questa somma, dipoi si moltiplichi per il Denominatore della minutia ante penultima, & al num. prodotto si aggionga il numero prodotto dalli tre vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati. Di più questa somma si moltiplichi per il Denominatore della minutia prossima antecedente, & num. prodotto si aggionga il numero prodotto dalli quattro vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati. Et così di mano in mano, se saranno più minutie, sempre si moltiplichi l'vltima somma trouata per il Denominatore della precedente minutia, & al numero prodotto si aggionga il nu-

me-

mero prodotto dalla moltiplicatione di tutti li Numeratori di quelle minutie, che fino a quel luogo sono state prese, insino a tanto, che niuna minutia vi resti. Perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, che s' ha da produrre. Ma il Denominatore produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno proposte queste minutie $\frac{2}{3}$.$\frac{3}{4}$.$\frac{2}{5}$.$\frac{4}{7}$. così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi, & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi, & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi à $\frac{4}{7}$. Dal Numeratore 4. dell'vltima minutia moltiplicato per il Denominatore 5. della penultima, si fa 20. & aggiongendo il num. 8. prodotto dalla moltiplicatione delli due vltimi Numeratori 4. & 2. tra di loro, si fa 28. che moltiplicato per il Denominatore 4. dell' antepenultima minutia fa 112. & aggiongendoli numero. 24. prodotto dalli tre vltimi Numeratori 4. 2. & 3. tra di loro moltiplicati, si fa 136. che moltiplicato per il Denominatore 3. dell'antecedente minutie, che è la prima, fa 408. & aggiongendo il numero 48. prodotto da tutti quattro li Numeratori 4. 2. 3. & 2. tra di loro moltiplicati, si fa 459. cioè, il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore farà il numero 420. prodotto da tutti li Denominatori, tra di loro moltiplicati. Talche da quest'inestamento si verrà a fare questa minutia $\frac{456}{420}$. cioè 1 $\frac{36}{430}$. ouero nei minimi termini 1 $\frac{3}{35}$. Il che si confermarà per la regola del sommare, in questo modo. Perche $\frac{2}{3}$.$\frac{3}{4}$.$\frac{2}{5}$.$\frac{4}{7}$. come costa per la regola, per la quale si riducono la minutie di minutie, fan-

no $\frac{20}{438}$. & $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$.$\frac{4}{7}$. fanno $\frac{24}{140}$. & $\frac{2}{4}$.$\frac{5}{7}$. fanno $\frac{8}{35}$. Se queste tre minutie $\frac{48}{420}$.$\frac{24}{140}$.$\frac{8}{35}$. si aggiongeranno a $\frac{4}{7}$. si farà questa minutia $\frac{15640800}{14400700}$. cioè 1. $\frac{1334800}{14470000}$. ouero 1 $\frac{3}{35}$. ne i minimi termini, come prima. Ma molto più facilmente, & più espeditamente habbiamo raccolta la medesima somma per la via dell' inestamento.

In questa seconda regola dell' inestamento si possono ridurre le minutie, che s'inestano, a minimi termini, inãzi, l'operatione. Perche se s'inestaranno queste minutie $\frac{2}{3}$.$\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di quattro ottaui a $\frac{4}{8}$. si farà $\frac{20}{24}$. cioè $\frac{5}{6}$. Altretanto faremo, se prima ridurremo $\frac{4}{8}$. a $\frac{1}{2}$. cioè, se aggiongeremo $\frac{2}{3}$. di vn mezzo a $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo se s'inestaranno $\frac{15}{10}$. $\frac{4}{8}$. si farà $\frac{6}{5}$. $\frac{4}{c}$. cioè $\frac{4}{5}$. Et la medesima minutia si produrrà, se prima $\frac{6}{10}$. si riduranno a $\frac{3}{5}$. & $\frac{4}{8}$. a $\frac{1}{2}$. & s'inestaranno $\frac{3}{3}$. $\frac{1}{2}$. Peroche da quest'inestamento si produrrà $\frac{8}{10}$. cioè $\frac{4}{5}$. come prima. La ragione di questa cosa è, perche essendo la precedẽte minutia vn rotto di tutta la seguente, il medesimo valore haueranno $\frac{2}{3}$.$\frac{4}{8}$. & $\frac{3}{2}$.$\frac{1}{2}$. Imperoche se queste minutie di minutie si ridurranno a semplice minutie, si ridurrà la prima a $\frac{8}{12}$. cioè 1 $\frac{1}{3}$. & la seconda a $\frac{2}{6}$. cioè a $\frac{1}{3}$. parimente. Il che nella prima regola non auuiene. Perche per esser quiui la prima minutia vn rotto di vna particola sola della seconda, chiara cosa è nel medesimo essempio, ch'altra cosa sono $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{6}$. & $\frac{2}{3}$.$\frac{1}{2}$. Perche la prima minutia di minutie fa $\frac{2}{24}$. cioè $\frac{1}{12}$. & la seconda $\frac{2}{6}$. cioè $\frac{1}{3}$.

VL.

## ALCVNE QVESTIONCELLE delli numeri intieri, & rotti. Cap. XVI.

GIVDICO, che sarà molto vtile, prima ch'io vada più auanti, porre in questo luogo varie questioncelle appartenenti alli numeri intieri, & rotti; le quali tutte si sciolgono per via del racorre, sottrarre, moltiplicare, & diuidere: Sì perche li principianti in sciorre queste, si possono essercitare, nell'operationi delli numeri intieri, & rotti; sì ancora, perche simili questioni sono tal volta molto vtili nell'altre cose Aritmetiche. Di quì adunque faremo principio.

*Come troui vn numero, dal quale leuandone qualunque numero proposto, resti vn altro numero proposto.*

I. Da che numero è stato sottratto, ò si douerà sottrarre 23. acciò restino 47.? Et da che numero è stato sottratto, ouero si douerà sottrarre $\frac{1}{14}$. acciò resti 8 $\frac{2}{3}$.? Le questioni di questa sorte si sciogliono per il sommare. Perche se il numero sottratto, ò che s'ha da sottrarre, aggiongerai al numero, che ha da restare, farai il numero, dal quale il numero dato sottratto lascierà il dato numero. Come nella prima questione. Da 23. & 47. si fa il numero 70. Adunque da questo si douerà sottrarre 23. acciò resti 47. Et nell'altra questione. Da $\frac{4}{11}$. & 8 $\frac{2}{3}$. si fa il numero 9. $\frac{1}{13}$. dal quale se leuarai $\frac{4}{11}$. restarà 8 $\frac{2}{3}$. Il che chiaramente vedrai, se ridurrai le minutie prodotte ad intieri, & a minimi termini. Il che s'hauerà da osseruare ancora nelle seguenti questioni, cioè finita l'operatione, s'haueranno da ridurre le minutie prodotte a minimi termini, si come in questa questione è stato fatto.

*Come si troui un numero, che leuato da qualũque numero proposto ne lasci vn' altro numero proposto,*

II. Quàl numero è stato sottratto, ò si douerà sottrar da 87. acciò restino 26? Et che numero è stato leuato, ouero si dourà leuare da $\frac{8}{13}$. acciò lasci $\frac{2}{7}$? Simili questioni si spediranno con la sottrattione. Perche se il numero, che deue restare, si sottrarrà dal num. dal qual si deue fare la sottrattione, restarà vn numero, che sottratto dal medesimo num. lasciarà il resto proposto. Come nella prima questione, c si leuarà 29. da 77. rimarrà 61. Se adũque si leuarà 61. da 87. rimarrà 26. Et nella secõda questione, se si leuarà $\frac{2}{2}$. & $\frac{8}{13}$. rimarrà $\frac{30}{91}$ la qual minutia se si sottrarrà $\frac{8}{13}$ rimarrà $\frac{2}{7}$.

*Come si troui vn numero, che con qualunque altro proposto faccia vn altro numero proposto.*

III. A qual num. si deue aggiongere 38. ouero qual num. si deue aggiongere a 38. accio la somma sia 83? Et a qual num. s'hà d'aggiongere 4. $\frac{8}{9}$. ouero qual num. s'hà da sommare con 4 $\frac{8}{9}$. acciò si componga il num. 20 $\frac{1}{2}$? Le questioni di questa sorte si risoluano similmente per la sottrattione. Perche se dal num. che si deue comporre, si leuarà il num. proposto, che si deue aggiongere, restarà vn num. al quale se si aggiongerà il num. dato, che si deue aggiongere, farassi il num. dato. Come nella prima questione, leuando 38. da 83. riman 45. Adunque a questo num s' hanno d'aggiongere 38. acciò si faccia il numero 83. Et nell' altra questione, sottraẽdo 4 $\frac{8}{9}$. da 20. $\frac{1}{2}$. resta il numero 15 $\frac{11}{18}$. al quale s'aggiongerà 4. $\frac{8}{9}$. si farà il numero 20 $\frac{1}{2}$.

*Come si troui la differenza, ouero l' eccesso tra due proposti numeri,*

IV. Che differenza, ouero eccesso trà 100. & 349? Et tra 6 $\frac{1}{2}$. & 20 $\frac{3}{4}$? Queste questioni ancora si sciogliono per la sottrattione. Perche se il minor num. si leuarà dal maggiore, restarà la differenza, ouero eccesso, che si cerca. Come nella prima

ma

ma questione leuando 100. da 349. rimangono 249. Et tanto è l'eccesso, ouero la differenza tra 100. & 349. Et, nell'altra questione, leuando $6\frac{1}{2}$. da $20\frac{3}{4}$. restano $14\frac{1}{4}$. In questo numero adunque il num. $20\frac{3}{4}$, eccede il num. $6.\frac{1}{2}$.

Come si troui un num. che partendolo per qualunque numero proposto si facci un Quotiente qual si voglia proposto.

V. Che numero è diuiso, ò s'hà da diuidere per 6. acciò il Quotiente sia 34? Et che numero è stato diuiso, ouero s'hà da diuidere per $4\frac{1}{2}$. acciò il Quotiente sia $\frac{1}{2}$? Tali questioni si spediscono per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà il dato partitore per il Quotiente proposto, si produrrà il numero diuiso, ò che s'hà da diuidere, cioè, quello, che si cerca. Come nella prima questione, moltiplicando 9. per 34. si fa il num. 306. il quale partito per 9. farà il Quotiente 34. Et nella seconda questione, se si moltiplicarà $4.\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{2}$. si produrrà il numero $2\frac{1}{4}$. che partito per $4\frac{1}{2}$. farà il Quotiente $\frac{1}{2}$.

Come si troui qual si voglia parte d'una o parti à qualunque numero proposte.

VI. Dammi $\frac{3}{5}$. di 30. Di più, dammi $\frac{1}{2}$. di $4\frac{5}{7}$. Ouero dimmi, qual numero contiene $\frac{3}{5}$. di questo numero 30? Et che numero sarà, ò darà $\frac{1}{2}$. di questo numero $4\frac{5}{7}$? La moltiplicatione risolue similmente queste questioni. Perche se li dati due numeri tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero, che si cerca. Come, perche nella prima questione dalla moltiplicatione di $\frac{3}{5}$. per 30. si produce 18. Per tanto il numero 18. sarà $\frac{3}{5}$. del num. 30. proposto; Et nell'altra questione dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $4\frac{5}{7}$. si fa il num. $2\frac{5}{14}$. il quale è $\frac{1}{2}$. di questo numero $4\frac{5}{7}$.

Come troui un numer. per il qual

VII. Per qual numero sono partiti, ò s'hanno da partire 48. acciò il Quotiente sia 10? Et per qual numero si diuideranno $\frac{3}{7}$. acciò il Quotiente

sia

sia $\frac{2}{3}$.? Con la diuisione si sodisfarà a questioni simili. Perche se il num. prodosto diuiso, ò che s'ha da diuidere, si diuiderà per il dato Quotiente, nascerà da questa diuisione il numero, che si cerca. Come nella prima questione, partendosi 48. per 10. sarà il Quotiĕte $4\frac{4}{5}$. Per il qual se si diuiderà il num. dato 48. si farà il Quotiĕte 10. Et nell'altra questione partendosi $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{3}$. si farà il Quotiente $\frac{9}{14}$. per il quale se si diuiderà $\frac{3}{7}$. si produrrà il Quotiente $\frac{2}{3}$.

*dendosi qual si voglia n. dato si facci un Quotiente qualũque proposto.*

VIII. Per qual num. s'hãno da moltiplicare 17. ouero qual num. s'ha da moltiplicare per 17. acciò il prodotto num. sia 100? Et per qual nu. deuono esser moltiplicati $3\frac{1}{2}$. ouero qual num. deue esser moltiplicato per $3\frac{1}{2}$. acciò il num. prodotto sia $\frac{1}{4}$? La diuisione parimĕte sodisfarà a simili questioni. Perche se partiremo il nu. che si deue produrre, per il num. che si propone da moltiplicare, faremo il numero, che cerchiamo. Come nella prima questione, diuidendosi 100. per 17. si fa il Quotiente $5\frac{15}{17}$. per il quale se si moltiplicarà il dato nu. 17. si produrrà il dato num. 100. Et nella seconda questione, se si diuiderà $\frac{1}{4}$. per $3\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{14}$. per il quale se si moltiplicarà il dato numero $3\frac{1}{2}$. si produrrà il dato num. $\frac{1}{4}$.

*Come si troui un num. che moltiplicando per qual si voglia num. dato si facci un'altro numero qualunq; proposito.*

IX. Quali sono quei due numeri, che moltiplicati tra di loro produchino 48. ouero $\frac{1}{2}$. ouero $6\frac{3}{4}$.? A questa sorte di questioni ancora sodisfarà la diuisione. Perche se diuideremo il numero, che deue esser prodotto per qual si voglia numero, farãno questo numer. & il Quotiente quelli due, che si cercano. Come se si diuiderà 48. per qual si voglia numero, come per 6. si farà il Quotiente

*Come si trouino due numeri che tra di loro moltiplicati produchino qual si voglia n. proposto.*

8. Adun-

8. Adunque questi due numeri 6. & 8. tra di loro moltiplicati produranno 48. Così ancora se'l medesimo numero 48. si diuiderà per qual si voglia altro numero, come per 10. si farà il Quotiente 4$\frac{4}{5}$. Adunque questi due numeri 10. & 4$\frac{4}{5}$. tra di loro moltiplicati faranno 48. Di più, se partiremo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia numero, come per $\frac{2}{3}$. ritroueremo il Quotiente $\frac{3}{4}$. Adunque li due numeri che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. saranno $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Per la medesima ragione, se partiremo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia altro numero, come per 8. ritroueremo il Quotiente $\frac{1}{16}$. Li due numeri adunque cercati, che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. saranno 8 & $\frac{1}{16}$. Finalmente partendosi 6$\frac{3}{4}$. per qual si voglia numero, come per 3$\frac{1}{2}$ si farà il Quotiẽte 1$\frac{13}{14}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati produchino 6$\frac{3}{4}$. saranno 3$\frac{1}{2}$. & 1$\frac{1}{1}$.$\frac{7}{4}$.

X. Dammi due numeri, che l'vno diuiso per l'altro, il Quotiente sia 28. Et dammi similmente due numeri, che l'vno diuiso per l'altro, il Quotiente sia $\frac{5}{6}$. La moltiplicatione snoda queste questioni, & altre simili. Percioche se si moltiplicarà il Quotiente proposto per qual si voglia numero il numero prodotto sarà il numero, che s'hà da diuidere & il partitore, sarà il numero, per il quale hai moltiplicato. Come nella prima questione, se moltiplicarai 28. per qual si voglia numer. come per 6. farai il numero 168. Questo adunque diuiso per 6. farà 28. Et nella questione seconda, se moltiplicarai $\frac{5}{6}$. per qual numero ti piace, come per $\frac{1}{2}$. produrrai $\frac{5}{12}$. che partiti per $\frac{1}{2}$. sarà il Quotiente $\frac{5}{6}$.

*Come si trouino due numeri che l'vno partito per l'altro faccia qualunque Quotiente proposto.*

XI. Per qual numero s'hanno da moltiplicare

*Come si troui un numero, che moltiplicãdola per qualũque dato numero, & partendo il prodotto per un'altro dato numero qual si voglia, si faci un Quotiēte qualũque proposto.*

7. ouero qual numero s'ha da moltiplicare per 7. che diuidendosi il prodotto per 8. Il Qnotiente sia 3. Et per qual numero deuono esse moltiplica $\frac{2}{5}$. ouero qual numero deue esser moltiplicato per $\frac{2}{5}$. acciò partendosi il prodotto per $\frac{3}{4}$. il Quotiente sia $\frac{1}{4}$? Questa sorte di questioni si scioglie con la moltiplicatione; & diuisione. Percioche, se moltiplicarai il dato partitore per il dato Quotiente, & il numero prodotto partirai per il dato numero, per il quale s'hà da moltiplicare, ò che hà da esser moltiplicato, sarà questo numero Quotiente quello, che si cerca. Come nella prima questione, se si moltiplicarà il partitore dato 8. per il dato Quotiente 3. si produrrà il numero 24. che diuiso per il numero dato, per il qual s'hà da moltiplicare, ò il quale ha esser moltiplicato, cioè, per 7, si farà 3. $\frac{3}{7}$. ch'è il numero, che cerchiamo. Perche se si moltiplicarà 7. per 3. $\frac{3}{7}$. si farà il numero 24. che partito per 8. fara il Quotiente 3. Et nella seconda questione, se il partitore dato $\frac{3}{4}$. si moltiplicarà per il dato Quotiente $\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{2}{5}$. cioè, per il numero dato per il quale s ha da moltiplicare, ouero il quale ha da esser moltiplicato, sarà $\frac{15}{32}$. che è il numero, che si cerca. Imperoche se si moltiplicaranno $\frac{2}{5}$. per $\frac{15}{32}$: si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{3}{4}$. fara il Quotiente $\frac{1}{4}$.

*Come si troui, che parte sia qual si voglia numero dato rispetto, di*

XII. Che parte è il numero 6. di questo numero 54? Et che parte è questo numero $\frac{3}{5}$. di questo numero $\frac{9}{8}$? Queste tali questioni si spediscono per la diuisione, Perche se il numero dato, che deue essere parte, si diuiderà per l'altro numero proposto, (che deue sempre essere maggiore dell'al-

altro) mostrarà il Quotiente, che parte, ò parti sia il numero dato minore del num. maggiore proposto. Come nella prima questione. Partendosi 6. per 54. sarà il Quotiente $\frac{6}{54}$. cioè $\frac{1}{9}$. Il numero adunque 6. è vna nona parte di 54. Ma nella questione seconda, diuidendosi $\frac{3}{5}$. per $\frac{9}{10}$. sarà il Quotiente $\frac{30}{45}$. cioè $\frac{2}{3}$. Conterrà adunque il numero $\frac{3}{5}$. due terze parti del numero $\frac{9}{10}$. Et questo esser così, si potrà esperimentare per la sesta questione, Perche se si cercarà vn num. (per la detta 6. questione) che sia $\frac{1}{9}$. del num. 54. si ritrouerà il num 6. Et se si cercarà, qual num. contenga $\frac{2}{3}$, del num. $\frac{9}{10}$. si ritrouerà il num $\frac{18}{30}$. cioè $\frac{3}{5}$.

*vn' altro proposto num. qualunque.*

XIII. Questo num. 6. rispetto di qual num. sarà vna nona parte? Et il num. $\frac{3}{5}$. rispetto di qual numero sarà due terze parti? La diuisione scioglie tali questioni. Perche se il numero dato si diuiderà per la minutia, che rappresenta la proposta parte, ouero parti il Quotiente darà il num. che si cerca. Come nella prima questione partendosi 6. per $\frac{1}{9}$. si farà il Quotiente 54. il num. 6. adunque sarà la nona parte rispetto del num. 54. Et nell' altra questione, partendosi $\frac{3}{5}$. per $\frac{2}{3}$. farà il Quotiente $\frac{9}{10}$. Adunque rispetto di questo num. $\frac{9}{10}$. questo num. $\frac{3}{5}$. sarà due terze parti.

*Come si troui vn num. rispetto del quale, il proposto num. qualunque sia qual si voglia parte proposta.*

XIV. Questo numero 7. quante ottaui parti contiene d'vn'intiero? Et questo numero $\frac{3}{4}$. quante duodecime parti contiene d'vn'intiero? Et questo $\frac{3}{5}$. quante ottaue parti abbraccia? La moltiplicatione scioglie le questioni di questa sorte. Perche il dato numero si moltiplicarà per il Denominatore delle parti, si cercano, darà il prodotto numero il numer. delle parti, che si cer-

*Come si troui quante parti di qual si voglia sorte si contengono il qualunque num. proposto.*

cà. Come nella prima questione, moltiplicando 7. per 8. si fa 56. Adunque il numero 7. conterrà 59. ottaue. Et nella seconda questione moltiplicando $\frac{3}{4}$. per 12. si produce il numero 9. Il numero adunque $\frac{3}{4}$. abbraccierà noue duodecime. Nella terza questione finalmēte moltiplicando $\frac{3}{7}$. per 8. si fa il numero $\frac{24}{7}$. cioè $3\frac{3}{7}$. Adunque il numero $\frac{3}{7}$. contiene tre ottaue, & $\frac{3}{7}$. d'vna ortaua. Et che così sia, e cosa manifesta. Perche se $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$. cioè $\frac{5}{16}$. & $\frac{3}{8}$. si raccorrano in vna somma, si ritrouaranno $\frac{3}{7}$. Onde seguita, che $\frac{3}{7}$. contengono $\frac{3}{8}$. e $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{2}$.

---

# REGOLA DEL TRE

## CHE CON ALTRO NOME SVOL ESSER CHIAMATA

## REGOLA AVREA

## *OVERO REGOLA DELLE proportioni. Cap XXII.*



IN quì da noi sono stati posti gli fondamenti necessarij dell'Aritmetica; hora seguono varie regole, nelle quali si scuopre il marauiglioso vso di quelli, non solo alli Matematici ma ancora alli Mercanti, anzi à ciascun huomo priuato, se nelli traffichi, & conuentioni non vuol essere ingannato, ò ingannare altrui (che quello sarebbe vergogna, & questa iniquità) molto

vti-

vtili,& necessarie. Et nel primo luogo mi rappresenta quella regola non mai a bastanza lodata, che per la grand'vtilità, si suol chiamare Aurea ouero regola delle proportioni, perche tutta cõsiste in trattare quatro numeri proportionali delli quali li primi tre sono conosciuti, ma il quarto incognito si cerca; per il che appresso il volgo è nominata Regola del tre; per amore, che pone tre numeri conosciuti, & da questi ne caua il quarto incognito. La pratica di questa regola delle proportioni, ò del tre, è questa.

*Regola aurea que ro delle proportioni, ouero regola del tre, perche si chiami così.*

DISPOSTI li tre numeri conosciuti in tal maniera, che quello, che ha il quesito attaccato, (perche sempre vno di quelli porta con seco la questione, si come nelli essẽpij sarà manifesto) si ponga nel terzo luogo, & quello delli altri due, che è della medesima cosa, cioè, che è simile al terzo, (Gl'essempij dichiararanno, in che consista questa similitudine) habbia il primo luogo, & l'altro tẽga il luogo di mezzo, al quale il quarto, che si cerca, deue esser simile. Accontiati dico, i numeri in questo modo. Si moltiplichino il terzo, & quello di mezo tra di loro, & il numero prodotto si partisca per il primo. Perche il numero Quotiente sarà il quarto, qnale si cercaua; & sodisfarà alla questione proposta cioè, il terzo numero hauerà a quello la medesima proportione, che il primo ha al secondo.

*Li numeri nella regola del tre, in che modo si denono disporre. In che modo per la Regola del tre si cerchi il quarto numero incognito.*

*Essempio.*

Con quattro scudi si comprano 12. libre di pepe, si dimanda, quante libre se ne possono comprare con 20. scudi. Qui tù vedi, che li 20. scudi hanno attaccata la questione, perche di quelli si

cerca, quante libre ci possino dare? Al qual numero, è simile il num. di 4. scudi. Perche si come con 4. scudi si sono compre 12. libre; così con 20. scudi s'hanno da comprare altre libre, di modo, che l'vno, & l'altro numero è prezzo; Ma le 12. libre di pepe sono mercantie. Così adunque starà l'essempio.

| *Scudi.* | *Libre.* | *Scudi.* | *Libre.* |
|---|---|---|---|
| 4. | 12. | 20? *fanno* | 60. |

Moltiplicando tra di loro il secondo, & il terzo numero & partendo il prodotto 240. per il primo, ritrouaremo libre 60. per il quarto numero, che si cercaua. Doue tù vedi, che sì come il primo numero 4. è la terza parte del secondo numero 12. così il numero terzo 20. è la terza parte del numero 50. ritrouato.

*Vn'altro essempio.*

Io spendo 60. scudi in 5. mesi, dimando in quãti mesi spe derò 132. scudi? Qui ancora tù vedi la questione farsi delli 132. scudi & a questo num. esser simile a quello di 60. scudi. Cosi adunque starà l'essempio.

| *Scudi.* | *Mesi.* | *Scudi.* | *Mesi.* |
|---|---|---|---|
| 60. | 5. | 132? *fanno* | 11. |

Moltiplicando il secondo, & terzo numero tra di loro, & partendo il prodotto numero 660. per il primo, ritrouaremo 11. mesi, nelli quali spenderò 132. scudi. Doue ancora tù vedi, che il terzo numero 132. contiene dodici volte il num. quarto 11. ritrouato, si come il primo 60. contiene il secondo 5. dodici volte.

*Dimostratione della regola del tre.*

La dimostratione di questa regola è questa. Perche la medesima proportione deue essere del

pri-

primo numero al secondo, che del terzo al quarto ritrouato, come è stato detto, & nelli essempij proposti si vede: è necessario, per la propositione 19. del libro 7. di Euclide, che si produca il medesimo numer. della moltiplicatione del primo numero per il quarto, che dalla moltiplicatione del secondo per il terzo si fa. Quando adunq; il numer. prodotto dal secondo per il terzo si diuiderà per il primo, acciò il quarto si troui, si come la regola del tre commanda, seguita, che'l primo numero moltiplicato per il Quotiente cioè, per il quarto numero ritrouato, produca il medesimo num. che è stato diuiso, cioè, quello, che dal secondo per il terzo fù prodotto. Perche qualunq; num. diuiso per qual si voglia altro numero, se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, necessariamente di nuouo il numero, che fù diuiso si rifarà, come nella terza proua della diuisione de i numeri intieri nel capitolo 5. è stato detto. Et il medesimo ancora si fa manifesto per la diuisione della Diuisione, & Moltiplicatione. Il che dichiararemo con questo essempio. Diuidasi il numero 12. per 4. & si faccia il Quotiente 3. cioè, quello, che per la definitione della Diuisione data nel capitolo 5. contenga tante vnità, quante volte il numer. 12. che è diuiso contiene il partitore, 4. Dico, che se moltiplicaremo il partitore 4. per il Quotiente 3. necessariamente di nuouo si produrrà il numero 12. che è diuiso. Perche essendo, che per la definitione data della Moltiplicatione nel capitolo 4. si deue produrre vn numero, che tante volte contenga il partitore 4. che è vno de i numeri moltiplicando, quanfte

*Vn numero partito per vn'altro se il partitore si moltiplicarà per il Quotiẽte, perche causa di nuouo si produca il numero partito.*

te volte il Quotiente 3. che è l'altro numero, che moltiplica, contiene l'vnità, & essendo, che il numero 12. che fù diuiso, contenga tante volte il partitore 4. quante volte il numer. Quotiente 3. rinchiude l'vnità, si come è stato detto; chiara cosa è che dalla detta moltiplicatione del partitore 4. per il Quotiête 3. si produrrà il numero 12. che è diuiso. La medesima ragione è in tutti gl'altri numeri. Le quali cose essendo così, sarà per forza il numero Quotiente, per la regola del tre ritrouato, il quarto numero proportionale, che si cerca, come è manifesto per la detta propositione 19. del libro 7. di Euclide; poiche il medesimo num. si produce dal primo nu. per il quarto che dal secondo per il terzo, come habbiamo detto.

*La proua della regola del tre.*

Da quello che adesso scritto habbiamo, facilmente si raccoglie, in che modo si possi far la proua della regola del tre. Perche se il medesimo num. si produrrà dal primo num. moltiplicato per il quarto ritrouato, che dal secondo moltiplicato per il terzo, non è da dubitare, che sia stato bene ritrouato il quarto numero proportionale. Ma se non si farà il medesimo numero, bisognerà rifare l'operatione.

*Vn' altra proua della regola del tre.*

E' nondimeno vsata da molti vn'altra maniera di prouare la regola del tre, che è questa. Pongasi il primo num. nel terzo luogo, & il terzo nel primo, & il quarto ritrouato nel mezzo. Percioche se secondo il precetto della regola del tre, si ritrouarà in questo modo il quarto num. che prima era il secondo, sarà stata bene sciolta la questione proposta. Il primo essempio detto di sopra starà in questo modo per fare la proua.

| *Scudi.* | *Libre.* | *Scudi.* | | *Libre.* |
|---|---|---|---|---|
| 20. | 60. | 4? | *fanno* | 12. |

Imperoche se è vero, che con 20. scudi si comprano 60. scudi, per amore, che con 4. scudi sono state compre libre 12. seguita necessariamente, che all'incontro cō 4. scudi si comprino libre 12. per amore, che con 20. scudi si comprino libre 60.

Qualche volta nel fare più facile l'operatione, si possano due numeri delli tre dati, come il primo, & il secondo, ouero il primo, & terzo ridurre à minori. Il che si farà, se tanto il primo, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, si diuiderà per alcuna commune misura conosciuta dell'vno, & dell'altro, ò che ella sia la massima, ò nò, & in luogo di quelli si ponghino li Quotienti. Come in questo essempio. *Varij compendij della regola del tre.*

4. 12. 20? *fanno* 60.

Perche il num. 4. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno, & l'altro per 4. si porrano li Quotienti 1. & 3. il luogo d'essi. Così starà l'essempio.

1. 3. 20? *fanno* 60.

Di più, perche nel medesimo essempio il medesimo num. 4. numera il primo, & il terzo, se partendo l'vno, & l'altro per 4. si piglino in cambio loro li Quotienti 1. & 5. Così starà il medesimo essempio.

1. 12. 5? *fanno* 60.

In oltre in questo seguente essempio.

36. 48. 63? *fanno* 84.

Perche il numero 12. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno, & l'altro per 12. li Quotienti 3. & 4. in luogo di quelli si ponghino. Così starà l'essempio.

Così

3. 4. 63. *fanno* 84.

Coſì perche Il numero 9. miſura il primo, & il terzo nel medeſimo eſſempio, ſe partendo l'vno, & l'altro per 9. & in luogo di quelli nella regola ſi ponghino li Quotienti 4. & 7. Così ſtarà l'eſſempio.

4. 48. 7. *fanno* 84.

In queſto modo ancora la queſtione propoſta ſi ſcioglierà. Diuidaſi il ſecondo num. per il primo, & il terzo ſi moltiplichi per il Quotiente, ouero ſi diuida il terzo per il primo, & per il Quotiente ſi moltiplichi quello di mezzo. Perche nell'vno, & l'altro modo il numero prodotro ſarà il quarto proportionale, che ſi cerca. Come in queſto eſſempio.

60. 360. 132. *fanno* 792.

Partendo il ſecondo numero per il primo, ſi fa il Quotiente 6. per il quale ſe ſi moitiplicarà il terzo num. prouerà il quarto 792, come ſe ſecondo il precetto della regola del tre haueſſi operato. Di più partendo il terzo numero per il primo, ſi fa il Quotiente 2 $\frac{12}{60}$. cioè 2 $\frac{1}{5}$. ouero $\frac{11}{5}$. per il quale ſe ſi moltiplicarà il ſecondo, ſi produrrà il medeſimo quarto 792.

*Varie proue della regola del tre.*

Da queſto bene inteſo, potrai in varij modi far proua, ſe per la regola del tre ſia ben ritrouato il quarto numero, ò nò. Peroche, ſe per queſte varie operationi trouarai ſempre il medeſimo quarto numero, grande argomento ſarà, che l'operarione ſia ſtata ben fara.

*La dimoſtratione delli compendij del-*

Ma ſe alcuno dimãderà, come poſſi eſſere, che per tante vie ſempre perueniamo al medeſimo ſcopo, ſappia, che tutta la cauſa di queſto dipende

de dalle proporiioni. Peroche, essẽdo, che la medema proportione deue essere tra il primo num. & il secondo, che tra il terzo, & il quarto, seguita, che ancora, per la proportione permutata, sia la medesima proportione tra il primo, & il terzo, che tra il secondo, & il quarto, & ancora, per la proportione conuersa, la medesima tra il secondo, & il primo, che tra il quarto, & il terzo; & di più la medesima tra ll terzo, & il primo, che tra il quarto, & il secondo. Essendo adunque sempre la medesima proportione tra li Quotienti de i due uumeri partiti per vn medesimo numero, che tra essi numeri, è cosa manifesta, se si diuiderà tanto il primo numero, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, per alcuna medesima commune misura, & in luogo d' essi numeri si porranno li Quotienti, che sarà ancora la medesima proportione tra li Quotienti del primo, & secondo numero che è tra il terzo num. & il quarto, & così ancora la medesima proportione tra li Quotienti del primo, & terzo num. che tra il secondo numero, & il quarto. Similmente perche diuidendosi qual si vogli numero per vn'altro numero, si produce il Denominatore della proportione, che hà il num. diuiso al partitore, & il Denominatore moltiplicando qual si voglia altro num. produce vn numero, che hà la proportione al numero moltiplicato, denominata dal detto Denominatore: si fa chiaro, che diuidendosi il secondo, ouero il terzo numero per il primo, il Quotiente sia il denominatore della proportione del secondo, ouero del terzo numero al primo. Onde, se per questo Quotien-

La regola del tre.

tien-

riente si moltiplicarà il terzo numero, ouero il secondo, si produrrà il quarto, cioè, quello che hauerà la medesima proportione al terzo, che hà il secondo al primo: ouero la medesima al secondo, che hà il terzo al primo.

Ma perche spesso le questioni, che s' hanno da sciorre per la regola del tre, si propongono con ordine confuso, & alle volte ancora si ritrouano in vn numero diuerse monete, misure, ò pesi: finalmente non di rado auuiene, che il primo num. sia dissimile al terzo; di maniera, che facilmente, chi è poco pratico nelle cose Aritmetiche, possa inciampare, & restare dubbioso, & impedito; esplicaremo per via di alcune questioni varie difficultà, che possono in questo negocio accadere, cominciando da quì.

*Alcune questioni con le quali si dichiarano varie difficultà della regola del tre.*

I. Quãto vale vna libra di pepe, se 60. libre sono state compre per 20. scudi? In questa questione li num. sono posti confusamente, & fuora dell' ordine. Perche 1. libra, della quale nel primo luogo si fa mentione, hà la questione annessa, & per questo deue stare nel terzo luogo, & il num. di 60. libre nel primo, per essere simile al num. di 1. libra, si che con debito ordine douerebbe essere proposta la questione in questo modo, libre 60. di pepe vagliono 20. scudi. Adunque 1. libra quãto costarà? si come vedi in questo essempio.

| *Libre.* | *Scudi.* | *Libre.* | *Scudi.* |
|---|---|---|---|
| 60. | 20. | 1? | *costarà* $\frac{20}{60}$. *ouero* $\frac{1}{3}$. |

Et ritrouarai (se moltiplicarai il secondo num. per il terzo, & il prodotto 20. partirai per il primo) la valuta di 1. libra essere $\frac{20}{60}$. ouero $\frac{1}{3}$. d' vn scudo. Perche quando il minor numero si diuide

per

per il maggiore, si fa vn rotto, il Numeratore del quale è il numero, che si diuide, & il Denominatore è il partitore, come nel cap. 5. & 6. hauemo detto. Ma si ridurrà qual tù vuoi di queste due minutie, come dire la prima, a baiocchi in questo mo do. Moltiplichisi il Numeratore 20. per 100. (perche 100. baiocchi fanno vn scudo) & il numer. prodotto 2000. diuidasi per il Denominatore 60. Percioche il Quotiente darà baiocchi 33. $\frac{20}{60}$. ouero 33 $\frac{1}{3}$. Tanto a ponto haueresti ritrouato, se il Numeratore dell'altra minutia $\frac{1}{3}$. hauessi moltiplicato per 100. & il prodotto hauessi partito per il Denominat. 3. Ma se tù vorrai ridurre $\frac{1}{3}$. d'vn baiocco a quattrini, Moltiplicarai il Numeratore 1. per 4. (che tāti quattrini fanno vn baiocco) & il prodotto partirai per il Denominatore 3. & ritrouarai quattrini 1 $\frac{1}{3}$. & così 1. libra costarà baiocchi 33. & quattrini 1 $\frac{1}{3}$.

II. Se libre 10$\frac{2}{5}$. & oncie 7$\frac{1}{2}$. di cera bianca costano scudi 2. & giulij 6. quanta cera si comprarà con 90. baiocchi? L'essempio starà così. *Questione 2. Che s'habbia da fare, quando ci interuengono diuerse monete, pesi, misure, e numeri rotti.*

| Scudi. | Giulij. | Libre. | Oncie. | Baiochi. | Oncie. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2. | 6. | 10. $\frac{2}{5}$ | 7 $\frac{1}{2}$. | 90? *fanno* | 45 $\frac{207}{260}$. |

Ma perche nel primo num. & terzo si contengono diuerse monete, si douerà ridurre tutte alla minima moneta iui espressa, come dir a baiocchi; & saranno nel primo numero baiocchi 260. Di più, perche nel secondo num. si ritrouano diuersi pesi, si doueranno ancora ridurre al minimo iui espresso, come dire a oncie, delle quali 12. fanno vna libra. Et saranno in libre 10$\frac{2}{5}$. oncie 124$\frac{4}{5}$. alle quali s'aggiongerai oncie 7 $\frac{1}{2}$. farai oncie 132$\frac{3}{10}$. In che modo s'habbiano a moltipli-

plicare, ò diuidere tra di loro li rotti, ò che essi stiano soli, ò attaccati, a numeri intieri, l'habbiamo gia mostrato nel cap. 13. & 14. Si chell'essempio ridotto starà così.

| *Baioc.* | *Oncie.* | *Baioc.* | | *Oncie.* |
|---|---|---|---|---|
| 260. | 132 $\frac{3}{10}$. | 90? | *fanno* | 45 $\frac{207}{260}$. |

Ma è da notare in questo luogo, che la minutia prodotta dalla moltiplicatione del num. di mezzo per il terzo, ancorche il suo Numeratore sia maggiore del Denominatore, non si deue ridurre ad intieri, sino a tanto, che non sie finita la diuisione, acciò non s' impedisca l' operatione. Onde perche nel prossimo essemplo la moltiplicatione del num. di mezzo per il terzo fa $\frac{119070}{10}$. s' hà da diuider questa minutia per il primo num. auanti che si riduca ad intieri; la quale diuisione, darà questa minutia $\frac{119070}{2600}$. che cõtienoncie 45 $\frac{270}{1260}$.

Questione 3. III. Quanto costarano $\frac{7}{8}$. d' vn braccio di panno, se con $\frac{3}{4}$. d' vn scudo, alcuno n' hauerà compro $\frac{1}{3}$. d' vn braccio? Così starà l' essempio.

| *Bracc.* | *Scudi.* | *Bracc.* | | *Scudi.* |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{3}$. | $\frac{3}{4}$. | $\frac{7}{8}$? | *fanno* | $1\frac{3}{32}$. |

La moltiplicatione del num. di mezzo per il terzo fa la minntia $\frac{21}{32}$. la quale diuisa che sarà per il primo numero, si trouarà questa minutia $\frac{63}{32}$. d' vn scudo, che fa scudi 1 $\frac{31}{32}$. Ma ridotti a questa minutia $\frac{21}{32}$. d' vn scudo a giulij, baiocchi, & quattrini, darà giulij 9. baiocchi 6. quattrini 3 $\frac{1}{2}$.

Questione 4. IV. Vn scolaro volendo studiare 6. anni in vna vniuersità, s' accorse di hauer speso in 7. mesi, & 13. giorni scudi 200. giulij 7. baiocchi 8. $\frac{2}{7}$. si domanda adunque, di quanti denari hauerà bisogno. Così starà l' essempio.

Me-

| *Mesi.Gior.* | *Seu.Giu.Baio.* | *Anni.Scudi. Baioc.* |
| --- | --- | --- |
| 7. 13. | 200. 7. 8.$\frac{2}{7}$ | 6. fan. 1956. 7. $\frac{191}{1575}$. |

Qui nel primo numero gli mesi, & nel terzo gl' anni s'hanno da ridurre a' giorni. Et a far questo, bisogna considerare, che mesi quelli siano; perche non tutti li mesi hanno il medesimo numero di giorni. Percioche se porremo li primi 7. mesi, incominciando da Gennaro, conterranno li detti 7. mesi nell'anno commune giorni 212. come quì vedi. (Ma nell'anno bisestile 213. atteso, ch'all'hora il Febraro ha giorni 29.) aggiongendo li 13. giorni si faranno giorni 225. Da poi si deue considerare quanti anni bisestili si contengano in detti 6. anni. Percioche per ogn'anno bisestile si deue aggiõgere 1. giorno à giorni 365. d' vn' anno commune. Onde se noi porremo, che si contenghino 2. anni bisestili, moltiplicaremo 6. anni per 365. giorni, & al prodotto numero aggiongeremo 2. acciò si faccino giorni 2192. Similmente nel numero di mezzo s'hanno da ridurre li scudi, & giulii à baiocchi, li quali saranno in tutto 20078 $\frac{2}{7}$. tal che l'essempio ridotto stia così.

| | |
| --- | --- |
| Gennaro. | 31. |
| Febraro. | 28. |
| Marzo. | 31. |
| Aprile. | 30. |
| Maggio. | 31. |
| Giugno. | 30. |
| Luglio. | 31. |
| | 212. |
| | 13. |
| | 225. |

| *Gior.* | *Baioc.* | *Gior.* | | *Baioc.* |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 227. | 20078 $\frac{2}{7}$. | 2192 | *fanno* | 195607 $\frac{191}{1575}$. |

Vltimamente s'hauerà da ridurre il quarto numero ritrouato di baiocchi à scudi, & giulii. Et trouerai tutti quelli baiocchi fare scudi 1956. giu-

giulij ò baiocchi 7 $\frac{131}{3575}$. Tanti danari saranno necessarij à quel scolaro in quelli 6. anni, delli quali due ne siano bisestili.

Al medesimo modo doppo l' operatione sempre s'hà da ridurre la moneta del quarto numero alla maggiore, se si può. Così ancora i pesi, ouero misure a maggiori pesi, ouero misure: come l'oncie a libre: li palmi, ouero piedi à passi, & li passi a miglia.

*Questione 5.* V. Vno hà fatto in 7. giorni miglia 210. Domando in quanti giorni farà miglia 1600. caminando ogni giorno senza scemare, ò accrescere il corso. Così starà l'essempio.

| *Miglia.* | *Gior.* | *Miglia* | | *Gior.* |
|---|---|---|---|---|
| 210. | 7. | 1600? | *fanno* | 53 $\frac{70}{210}$. |

Questo rotto $\frac{70}{210}$. d' vn giorno nel quarto numero, se moltiplicaremo il Numeratore per 24. & il num. prodotto diuideremo per il Denominatore, si produrrà a hore 8.

*Questione 6* VI. S' vn campo di 400. passi quadrati è stato comprato per scudi 100. giulij 7. baiocchi 8. quanto costarà vn campo di 1000. passi quadrati, & 4. piedi quadrati, & 3. palmi quadrati? Così starà l'essempio.

| *Passi.* | *Scudi.* | *Giul.* | *Baioc.* | *Passi* | *Piedi.* | *Palmi.* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 400. | 100. | 7. | 8. | 1000. | 4. | 3? |

*fanno Baioc.* 25199 $\frac{17613}{80000}$.

Ridotti li scudi, & li giulij del secondo numero a baiocchi, & li passi, & li piedi del terzo numero a palmi, dando 16. palmi quadrati a vn piede quadrato, & 25. piedi quadrati a passo quadrato; & ridotti li passi del primo numero ancora a pal-

mi,

mi, dando a vn passo quadrato 400. palmi quadrati. Così starà l'essempio.

| Palmi | Baiochi. | Palmi. | | Baiocch. |
|---|---|---|---|---|
| 160000. | 10078. | 400067? | fanno | 25299. $\frac{16713}{80000}$ |

Il quarto numero de baiocc. contiene scudi 25 1. giul. 9. baiocc. 9 $\frac{17673}{80000}$.

VII. In vna fiera con 44. scudi sono state compre 25. braccia di vna certa sorte di panno. Quanto adunque costaranno 260. braccia del medesimo panno? Così starà l'essempio. Questione 7.

| Bracc. | Scudi. | Bracc. | | Scudi. |
|---|---|---|---|---|
| 25. | 44. | 260? | fanno | 220. |

VIII. Vno ha compro 52. braccia di panno per per 44. scudi: Quante braccia adunque comprarà con 220. scudi? L'essempio starà così. Questione 8.

| Scudi. | Bracc. | Scudi. | | Bracc. |
|---|---|---|---|---|
| 44. | 52. | 220? | fanno | 44. |

IX. Vno ha compro con certa somma di denari 52. braccia di panno, & per il medesimo prezzo ha cõpro dipoi 260. braccia di panno, le quali costorno scudi 220. Quanto adunque spese da prima? L'essempio s'ordinarà in questo modo. Questione 9

| Bracc. | Scudi. | Bracc. | | Scudi. |
|---|---|---|---|---|
| 260. | 220. | 52? | fanno | 44. |

X. Comprò vno con 44. scudi alcune braccia di panno; & al medesimo prezzo vn'altro dipoi con 220. scudi ne comprò 260. braccia. Quante braccia adunque ne comprò il primo? Così starà l'essempio. Questione 10.

| Scud. | Bracc. | Scudi. | | Bracc. |
|---|---|---|---|---|
| 220. | 260. | 44? | fanno | 52. |

Hò posto questi quattro vltimi essempij nelli quali li medesimi quattro numeri della regola

del tre in varij modi tra di loro scambino i luoghi di maniera, che ogn'vno di quelli, come incognito da gl'altri tre numeri conosciuti si ritroui; affinche tù intendi, in che modo ti debbi gouernare nell'altre questioni simili a queste.

## REGOLA DEL TRE, CHE CHIAMANO Euersa, ouero voltata all'indietro. Cap. XVIII.

HAVEMO detto, nei quatro numeri della regola del tre essere la medesima proportione del primo al secondo, che è del terzo al quarto: & conseguentemente, (come dalla propos. 14. del lib. 5. di Euclid. si caua) se il primo è maggiore, ò minore del terzo, il secondo parimente essere maggiore, ò minore del quarto. Il che in tutti gl'essempij proposti sin quì può esser manifesto. Hora suole accadere alle volte, che quanto è maggiore il primo del terzo, tanto debbe essere minore il secondo del quarto; & quanto è minore il primo del terzo, tanto debbe essere maggiore il secondo del quarto. Per il che all'hora si douerà tenere strada contraria di quella, che già nella regola del tre insegnato habbiamo, cioè, si douerà moltiplicare il primo numero per il secondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Ma quando questa regola del tre voltata all'indietro (che così la chiamano) si debba vsare, la ragione naturale facilmẽte ce n'insegnarà, & manifestamente dalli seguenti essempij si può conoscere delli quali il primo sia questo.

*Per la regola del tre voltata all'indietro, in che modo se ne caui il quarto numero.*

*Questione 1.*

1. Si compra da vno, per fare vna veste, 9. braccie

cia di pãno, la larghezza del quale è di tre palmi?. Quante braccia adunque per fare la medesima veste, ouero vn'altra simile, bisognarà comprarne d'vn'altro panno, la larghezza del quale sia di 2. palmi? Perche la questione è del panno, che ha la larghezza di 2. palmi. Così starà l'essempio.

*Palmi di larg.* *Brac.* *Palmi di larg.* *Brac.*
3 9 2 *fanno* $13\frac{1}{2}$.

Quì tù vedi chiaramente, che quanto è più stretto il secondo panno, tanto più Brac. sono necessarie. Per la qual cosa, ancorche il primo numero sia maggiore del terzo nondimeno nõ per questo il secondo numero deue ancora essere maggiore del quarto, ma minore, di modo, che la medesima proportione, che ha il terzo al primo, habbia il secõdo al quarto. Di quì è che il primo si deue moltiplicare per il secondo, & diuidere il numero prodotto per il terzo, perche acciò si serui la debita proportione, il terzo nu. deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, come è stato detto, & quì si vede.

*Palmi di larg.* *Palm. di larg.* *Brac.* *Brac.*
2 3 9 *fanno* $13\frac{1}{2}$.

II. Vno pigliò in presto da vn'altro scudi 4000. per 3. anni, li quali quãdo li restitui, non ne volse pigliare frutto veruno, ma lo richiese solamente, che all'incontro gl'impprestasse ancora denari. Gli diede dunque in presto 7480. scudi. Quanto tempo adunque costui deue ritenere questi denari, acciò venga sodisfatto del seruitio fatto di 4000. scudi, che gli haueua prestati? Perche il numero di 7480. scudi porta seco la questione, si doueranno disporre li numeri in questo modo. *Questione 2.*

| Scudi. | Anni. | Scudi. | | Anni. | Giorni | Hore. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4000. | 3. | 7480? | fanno. | 1. | 210. | $13\frac{89}{187}$. |

Ancora quì è cosa chiara; douersi maggior frutto a scudi 7480. che a scudi 4000. in tempo vguale, & per questo esser di bisogno di manco tempo che 3. anni per guadagnare il medesimo frutto, che si deue a 4000. scudi in 3. anni. Onde, ancorche il primo num. sia minore del terzo, non pero sarà il secondo minore, del quarto, ma maggiore in tal modo, che'l terzo al primo habbia la medesima proportione, che'l secondo, ha al quarto. Onde è che si dourà moltiplicare il primo per il secondo, & il num. prodotto diuidere per il terzo. Perche a seruare la debita proportione, il terzo num. deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, sicome è stato detto, & qui è manifesto.

| scud. | scud. | Ann. | | Ann. | Gior. | Hor. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7480. | 4000. | 3? | fanno | 1. | 210. | $13\frac{89}{187}$ |

Questione 3 III. Quando vna misura di grano si compra a 6. scudi, il pane compro per vn baiocco, secondo l'ordine d'alcuna Città, ha di peso oncie 10. Hor se la medesima misura di grano si compra a 4. scudi, ouero a 8. quanto deue essere il peso del medesimo pane? Così staranno li essempij.

| scud. | Oncie. | scud. | | Oncie. |
|---|---|---|---|---|
| 6. | 10. | 4? | fanno | 15 |
| 6. | 10. | 8? | fanno | $7\frac{1}{2}$. |

La ragione stessa datta, che quanto il grano è a più buon mercato, tanto più debbia pesare il pane, & quanto il grano è più caro, tanto manco il pane d'vn medesimo prezzo debbia pesare. Imperoche tal proportione deue essere di 4. scudi

à 6. ouero de 8. a 6. quale è del peso di 10. oncie al peso incognito, che si cerca. Onde secondo la regola del tre, ò delle proportioni; così si hauerebbono da disporre i numeri.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Stad.* | *Stad.* | *Oncie.* | | *Oncie.* |
| 4. | 6. | 10? | *fanno* | 15. |
| 8. | 6. | 10? | *fanno* | $7\frac{1}{2}$. |

IV. Trenta lauorenti fanno vn'opera in 4. anni. In quanto tempo adunque finiranno la medesima 50. lauoranti, ouero 20? Ouero quanti lauoranti la finiranno in 2. anni, & giorni 146? Ouero in anni 4. & giorni 292? Questo essempio in quattro modi proposto così starà, ridotti prima gl'anni a giorni nelli vltimi due essempij. *Questione 4.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *lauor.* | *Ann.* | *lauor.* | | *Ann.* | *Gior.* |
| 30. | 4. | 50? | *fanno* | 2. | 146. |
| 30. | 4. | 20? | *fanno* | 6. | 0. |
| *Gior.* | *lauor.* | *Gior.* | | *lauor.* | |
| 1460. | 30. | 876? | *fanno* | 50. | |
| 1460. | 30. | 1752? | *fanno* | 25. | |

Perche quanto più sono lauoranti, tanto manco tempo bisogna, quanto manco sono, tanto più tempo ci vuole. Così ancora, quãto manco tempo è, tanto più lauoranti bisogna, & quanto e più tempo, tantò meno lauoranti. Adunque secondo la regola del tre, ò delle proportioni, così si porrebbono li numeri.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *lauor.* | *lauor.* | *Ann.* | | *Ann.* | *Gior.* |
| 50. | 30. | 4? | *fanno* | 2. | 146. |
| 20. | 30. | 4? | *fanno* | 6. | 0. |
| *gior.* | *gior.* | *lauor.* | | *lauor.* | |
| 876. | 1460. | 30? | *fanno* | 50. | |
| 1752. | 1460. | 30? | *fanno* | 25. | |

Questione 5 V. Vn'essercito assediato, nel quale sono 8500. soldati, ha da viuere per 11. mesi, ma non ci è speranza alcuna di liberarsi dall'assedio, nè d'hauere soccorso se non doppo 25. mesi. Quanti soldati adunque si deuono ritenere, acciò li basti il vitto per 25. mesi? Così si doueranno assettare li numeri.

| Mesi | Soldati. | Mesi. | | Soldati. |
|---|---|---|---|---|
| 11. | 8900. | 25 | fanno | 3740 |

Si doueranno adunq; ritenere 3740. soldati, perche a tanti bastarà il vitto per 25. mesi. Onde si douerranno cassare 4760. & mandarli via.

## REGOLA DEL TRE COMPOSTA.

### Cap. XIX.

AVVIENE, che tal volta si pongano più che tre numeri conosciuti, ma talmente, che siano sempre tre principali, & l'altri à quelli aggiõti manco principali, li quali o denotano il tempo, ò il guadagno, ò il danno. Il che quando auuiene, si fa la regola del tre composta, & all'hora ouero s'hauerà da fare la regola del tre due, ò tre volte; ouero s'hauerà da moltiplicare ogni numero per li numeri a quello aggionti, acciò si faccino solamente tre numeri conosciuti, per li quali se ne caui il quarto incognito; Ouero s'hauerà da tentare qualch'altra via. Il che dalli essempi, che seguono, sarà manifesto, nelle quali si risolueranno varie questioni intorno al guadagno, & perdita, interuenendoci ancora diuersità di tempi, & varietà di guadagno a ragione di tanto per 100.

*La regola del tre composta, che cosa sia, & quando si faccia.*

Questione I I. Sono 8. che viuono in compagnia, & ciascun di loro paga 6. scudi il mese. Quanto adunq; sarà

il prezzo del vitto di tutti per 4.anni? Questa questione così si proporrebbe bene. Vno il mese paga scudi 6. Quanto adunq; pagaranno 8.in 4.anni, cioè, in 48.mesi (Così si poranno li numeri.

| *Compag.* | *Mese.* | *Scudi.* | *Compag.* | *Mesi.* | *Scudi.* |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 1. | 6. | 8. | 48. | *fano* 2304. |

Doue tù vedi, che'l primo numero d'vn compagno ha aggionto vn mese, & il terzo di 8.compagni stà aggionti 48.mesi, Prima adunque così si ordinarà la regola del tre, Se vno paga 6. scudi, quanti ne pagaranno 8? come qui si vede.

| *Compagni.* | *Scudi.* | *compagni* | *scud.* |
|---|---|---|---|
| 1. | 6. | 8. | *fanno* 48. |

Pagano dunque 8.compagni in vn mese 48.scudi, quando vno ne paga 6, in vn mese. Dipoi vn'altra volta così si disporrà la regola del tre. Se in vn mese pagano 48.scudi, quanto pagaranno in 48. mesi? come qui sta espresso.

| *Mesi.* | *Scud.* | *Mesi.* | *Scud.* |
|---|---|---|---|
| 1. | 48. | 48. | *fanno* 2304. |

TVTTAVIA più breuemente si risoluerà la medesima questione, se si moltiplicaranno tre di loro, tanto li due numeri posti nel primo luogo della questione, quanto li due posti nel terzo luogo, acciò si faccino tre numeri soli della regola del tre, in questo modo,

| | *Scudi.* | | *Scudi.* |
|---|---|---|---|
| 1. | 6. | 384. | *fanno* 2303. |

Perche da questa moltiplicatione ne nasce maggior num. di compagni per vn mese, che è vguale al minor num. per più mesi. Come dalla moltiplicatione di 8. compagni per 48. mesi, si producono 384. compagni per vn mese. Perche se ogni

mese sono 8. compagni, senza dubbio in 48. mesi, se sempre s'accostassero nuoui cōpagni, si fariano 384. cōpagni; & così tāto pagaranno quelli 384. compagni in vn mese, quanto 8. compagni in 48. mesi. Questa è la causa, perche s'hanno da moltiplicare li numeri principali per li aggionti māco principali, che significano tēpo, ouero alcuna altra cosa, pur che nō siano della medesima cosa, che viene significata per li numeri principali, perche altrimente nō sarebbono due numeri, ma vno. Come se in vn luogo siano posti scudi, baiocchi, & quattrini, si riputaranno questi tre numeri pre vn solo, essendo, che sono della medesima cosa, ouero, che tutti significano moneta. Et la medema ragione è proportionalmente nelle altre questioni di questa sorta.

*Questione 2.* II. Per 200. libre di certe mercantie portate per 100. miglia, si pagano scudi 4. Quanto adunque si doueranno pagare per 300. lib. portate per 400. miglia? Così li numeri si disporranno.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *lib.* | *Miglia.* | *scud.* | *lib.* | *Miglia.* | | *scud.* |
| 200. | 100. | 4. | 300. | 400? | *fanno* | 24 |

Moltiplicati due numeri del primo luogo, & li due del terzo luogo tra di loro, si faranno tre numeri della regola del tre, in questo modo.

2000. *scud.* 4. 100000? *fanno scud.* 24.

Se questa medesima questione vorremo sciorre per la regola del tre replicata due volte, costarà il primo essempio.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *lib.* | *scud.* | *lib.* | | *scud.* |
| 200. | 4. | 300. | *fanno* | 6. |

Et così si douerebbono pagare scudi 6. per 300. libre portate per 100. miglia, per le quali sono

stare portate le 200. libre. Ma perche le 200. libr. s'hanno da condurre per 400. miglia, così di nuouo nel secondo luogo starà l'essempio.

*Miglia. Scud. Miglia. Scudi.*
100. 6. 400. *fanno* 24.

III. Tre persone consuman ò vn subio di grano, compro per 3. scudi in 5. settimane. Quanta adunque è la spesa di ciascuno in vn dì? Così si doueranno ordinare li numeri. Questione. 3

*Persone. Settimane. Scud. Persone. Giorn.*
3. 5. 3. 1. 1?
*fanno scud.* $\frac{1}{105}$ *cioè quattrini* 1 $\frac{3}{7}$.

Ma ridotte le 5. settimane a giorni, a fine, che'l primo numero, & terzo siano simili. Così starà l'essempio.

*Persone. Giorni. Scud. Persone. Giorn.*
3. 35. 3. 1. 1?
*fanno scud.* $\frac{1}{105}$ *cioè quattrini* 1 $\frac{3}{7}$.

Moltiplicati i due numeri del primo luogo, & li due del terzo tra di loro, si disporranno i tre numeri della regola del tre, in questo modo.

*scud. scud. Quattrini*
105. 3. 1? *fanno* $\frac{1}{105}$ *cioè* 1 $\frac{3}{7}$.

Per la regola del tre due volte replicata, così si risoluerà questa questione.

*Persone. scud. Persone. scud.*
3. 3. 1? 1.
*Giorn. Scud. Giorn. Scud. Quattrin.*
35. 1. 1? *fanno* $\frac{1}{35}$ *cioè.* 1 $\frac{3}{7}$.

IV. Se 360. scudi in 4. anni guadagnano 100. scudi. Che cosa guadagneranno scudi 1580. in 7. anni? Moltiplicati li scudi, che s'espongono al guadagno, per il tẽpo aggiõtoli. Così starà l'essẽpio. Questione.

*scud.*

| Scudi. | | | Scudi. |
|---|---|---|---|
| 1200. | 100. | 11060? fanno | 921 $\frac{2}{3}$. |

Per la regola del tre due volte replicata, così l'essempio starà.

| *Scudi.* | *Scudi del guadag.* | *Scudi* | *Scudi del guada.* |
|---|---|---|---|
| 300. | 100. | 1580? fanno | 526 $\frac{2}{3}$. |

Di più

| *Anni.* | *Scudi.* | *Anni.* | *Scudi.* |
|---|---|---|---|
| 4. | 526 $\frac{2}{3}$. | 7? fanno | 921 $\frac{2}{3}$. |

Questione 5. V. Vno con 10. scudi in tre mesi ha guadagnato 4. scudi. In quanto tempo adunque con 100. scudi guadagnarà 2000. scudi? Questa questione in nissun modo si può ridurre alla semplice regola del tre, per esser' il tempo, nel quale li 100. scudi deuono guadagnare 2000. scudi, non conosciuto; donde nasce, che questo tempo non si possa moltiplicare per li 100. scudi. Et però per districcarla si douerà adoperare la regola del tre due volte, in questo modo.

| *Scudi.* | *Scudi di guad.* | *scudi.* | *Scudi di guad.* |
|---|---|---|---|
| 10. | 4. | 100? fanno | 40. |

Et così 100. scudi guadagnaranno 40. scudi in 3. mesi, nelli quali 10. scudi hanno guadagnato scudi 4. Per la qual cosa, per sapere in quanto tempo 100. scudi siano per guadagnare 2000. scudi, si disporrà la seconda volta la regola del tre, in questo modo.

| *Scud.* | *Mesi.* | *Scud.* | *Mesi.* |
|---|---|---|---|
| 40. | 4. | 2000? fanno | 150. |

Di modo, che se 10. scudi di 3. mesi guadagnano 3. scudi, li 100. scudi ne guadagnaranno 2000. scudi in 250. mesi. Il che facilmente si prouarrà, se la questione si proporrà in questo modo: Se 100

scu-

scudi in 3. mesi guadagnano 4. scudi, in 150. mesi quanto guadagnaranno 100. scudi?
Imperoche si ritrouarà essere il guadagno scudi 2000. come qui si vede.

*scudi. Mesi.* | *scudi.* | *scudi. Mesi.* | *scud.*
10. 3. | 4. | 100. 150. *fanno* 2000.

Perche se ciascuno tempo si moltiplicarà per il suo denaro, starà l'essempio ridotto alle semplice regola del tre, in questo modo.

30. *scud.* *scud.*
4. 15000? *fanno* 2000.

VI. Se 100. scudi in 8. mesi guadagnano 20. scudi, in quantó tempo li medesimi 100. scudi ne guadagnaranno scudi 3000? L' ordine delli numeri starà in questo modo. *Questione 6.*

*scud.* *Mesi.* *scud.* *Mesi.*
20. 8. 3000? *fanno* 1200.

Perche quando s' espone sempre la medesima somma al guadagno, non è necessario di porla tra li altri numeri. Et il medesimo si farà ancora, quando si propone il medesimo tempo, si come nel seguente essempio apparirà.

VII. Se 300. scudi in 7. mesi guadagnano 45. scudi, quanto guadagnaranno 1780. scudi nelli medesimi 7. mesi? Così starà l'essempio. *Questione 7.*

*scud. scud. di guadag. scud. scud. di guadag.*
300. 45. 1780? *fanno* 267.

VIII. Se ad ogni soldato ciaschedun mese si desse 4. scudi, quanti denari si spenderebbono per 13000. soldati in 9. mesi? Così starà l'essépio. *Questione 8.*

*soldat. Mesi. scud.* | *soldat. Mesi.* | *scud.*
1. 1. 4. | 13000. 9? | *fanno* 468000.

IX. Se à 10. caualli ogni giorno si danno 7. mi-

sure

sure d'orzo, ò di auena, quante misure si doueranno dare, secondo la medesima distributione, à 100. caualli in 20. giorni? Così starà l'essempio.

| Caual. | Gior. | Misure. | Caual. | Gior. | Misure. |
|---|---|---|---|---|---|
| 10. | 1. | 7. | 100. | 20? | fanno 1400. |

Questione 10 X. Se 12. mietitori mietono 20. pezzi di terreno in 9. giorni, in quanto tempo 30. mietitori mieteranno 45. pezzi? Qui è necessaria la regola del tre due volte replicata, ma nel primo luogo però la Euersa; perche 30. mietitori hanno dibisogno di manco tempo per mietere 20. pezzi, che li 12. mietitori. Così adunque starà la regola del tre Euersa.

| mieti. | gior. | mietit. | gior. |
|---|---|---|---|
| 12. | 9. | 30? | fanno $3\frac{3}{5}$ |

Et così in giorni $3\frac{3}{5}$. mieteranno 30. mietitori 20. pezzi. Per la qual cosa di nuouo così starà l'essempio per la regola ordinaria del tre.

| pezzi. | gior. | pezzi. | gior. |
|---|---|---|---|
| 20. | $3\frac{3}{5}$. | 45? | fanno. $8\frac{1}{10}$ |

Questione 11. XI. A Roma il ducato d'oro vale giulij 11$\frac{1}{2}$. cioè baioc. 115. Quanti adunq; pigliarò di questi ducati per 1000. scudi, delli quali ogn'vno vaglia 10. giulij, ouero 100. baiocchi? Ouero, se 20. ducati d'oro fanno 23. scudi, quanti ducati si faranno con 1000. scudi? L'vno, & l'altro essempio starà in questo modo, ridotti prima li 1000. scud. a baioc. 100000. nel primo essempio.

| Baioc. | Duca. | Baio. | Duca. |
|---|---|---|---|
| 115. | 1. | 100000? | fanno 869 $\frac{13}{23}$ |
| scud. | Ducat. | scud. | Ducat. |
| 23. | 20. | 1000? | fanno 869 $\frac{13}{23}$ |

Questione 12 XII. Quanti scudi riceueremo per 400. ducati,

selo

se lo scudo vale 100. baiocchi, & il ducato 115. baiocchi? Ouero se 20. ducati vagliono 23. scudi, quanti scudi si conterranno in 4000. ducati? Riducti 4000. ducati del primo essempio à Baiocchi 460000. Così starà l'vno, & l'altro essempio.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Baioc.* | *scud.* | *Baioc.* | | *scudi* |
| 100. | 1. | 460000? | *fanno* | 4600. |
| *Ducat.* | *scud.* | *Ducat.* | | *scudi.* |
| 20. | 23. | 4000? | *fanno* | 4600. |

XIII. Vn mercante ha compra 300 libre di vna certa mercantia per scudi 60. & desidera sapere, quanto guadagnarà per 100. se vende queste medesime 300. libre scudi 64. Ouero quanto perderà per 100. se le venderà Per 57. scudi. Qui è manifesto, ch'egli per 60. scudi vuol guadagnare 4. scudi; ouero perdere 3. scudi, come è chiaro, se, il minor prezzo si cauarà dal maggiore. Di adunque: Se 60. scudi guadagnagno 4. ouero ne perdono 3. quanto ne guadagnaranno ouero ne perderanno scudi 100? Questione 13.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Scud.* | *guad. di Scud.* | *Scud.* | | *guad. di Scud.* |
| 60. | 4. | 100? | *fanno* | 6⅔. |
| *Scud.* | *Danno di Scud.* | *Scud.* | | *Danno di Scud.* |
| 60. | 3. | 100? | *fanno* | 5. |

XIV. Và cercando tra se vn mercante, quanto habbi da spendere in 100. libre d'vna certa mercantia, che poi le medesime vendute à 64. scudi diano di guadagno scudi 6. per 100. Chiara cosa è, che colui, che vuol guadagnare 6. per 100. vuole, che li 100 scudi cheschino à 106. Di adũq; Se scudi 106. che contengono il prezzo di 100. scudi insieme col guadagno di scudi 6. prouẽgono da 100. scudi, da chi verrãno li 64. scudi? Questione 14.

che

che contengano il prezzo incognito delle 100. libre, insieme co'l guadagno ancora incognito, che renda $6\frac{2}{3}$ per 100?

| *prez. & guad.* | *scud.* | *prez. & guad.* | *scud.* |
|---|---|---|---|
| $106\frac{2}{3}$. | 100. | 64. | *fanno* 60. |

Si doueranno adunque comprare 100. libre per scudi 60. perche vendute dipoi per 64. scudi danno di guadagno scudi 4. ma per 100.

Questione 15. XV. E stata compra vna gioia, che se si venderà per 200. scudi, si perdono scudi 10. per 100. Quanto adunq; costò quella gioia? Qui ancora è chiaro, che colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. Dì adunque; Se 90. scudi si fanno da 100. da che si faranno scudi 200?

| *scud.* | *scud.* | *scud.* | *scud.* |
|---|---|---|---|
| 90. | 100. | 200? | *fanno* $222\frac{2}{9}$. |

Costò adunq; quella gioia scudi $222\frac{2}{9}$. Et à prouarlo dirai: Se da scudi $220\frac{2}{9}$. si fanno scudi 200. quanti si faranno da 100? Perche trouarai, che si faranno 90. scudi, & però farsi il dãno di 10. scudi per 100. come qui vedi.

| *scud.* | *scud.* | *scud.* | *scud.* |
|---|---|---|---|
| $222\frac{2}{9}$. | 200 | 100? | *fanno* 90. |

Ouero dirai: Se per scudi $222\frac{2}{9}$. perdo scudi $22\frac{2}{9}$. (perche se quella gioia è stata compra per scudi $222\frac{2}{9}$. & si riuende per scudi 200. è cosa chiara, che si perde scudi $22\frac{2}{9}$.) per 100. scudi, che perderò? Perche trouarai il danno di 10. scudi, come qui si vede.

| *scud.* | *Danno di scud.* | *scud.* | *Danno di scudi* |
|---|---|---|---|
| $222\frac{2}{9}$. | $22\frac{2}{9}$. | 100? | *fanno* 10. |

Questione 16. XVI. Vno hà compro 1000. canne di panno à vn certo prezzo, che se hauesse speso 3. scudi meno:

rio, & doppo l'hauesse riuenduto à 3600. scudi, haueria guadagnato 10. per 100. Quanto adunque costorno quelle 1000. canne di panno? Perche quello, che desidera di guadagnare 10. per 100. vuole di 100. fare 110. però dirai così; Se 110. si fanno di 100 da che si faranno 3600? come quì vedi.

| scud. | scudi. | scud. | scudi. |
|---|---|---|---|
| 110. | 100. | 3600 fanno | $3272\frac{8}{11}$. |

Se adunque hauesse voluto guadagnare solamente 10. per 100. sarebbono costate quelle 1000. canne di panno scudi $3272\frac{8}{11}$. Perche se scudi $3272\frac{8}{11}$. danno 3600 scudi, è necessario, che 100. scudi diano scudi 110. & però 10. scudi si guadagnaranno da 100. come quì si vede.

| scudi. | scud. | scudi. | scudi. |
|---|---|---|---|
| $3272\frac{8}{11}$. | 3600. | 100 fanno | 110. |

Ouero se scudi $3272\frac{8}{11}$. guadagnano scudi $327\frac{3}{11}$. (perche chi compra vna cosa per scudi $3272\frac{8}{11}$. & di poi la riuende per scudi 3600 necessariamente viene à guadagnare scudi $327\frac{3}{11}$.) per forza 100. scudi guadagnaranno 10. scudi, come quì si vede.

| scudi. | guad. di scudi. | scudi. | guad. di scudi. |
|---|---|---|---|
| $3272\frac{8}{11}$. | $327\frac{3}{11}$. | 100 fanno | 10. |

Ma perche nella questione è stato aggionto, che colui guadagnarebbe 10. per 100. se hauesse compro quelle 1000. canne di panno 3. scudi meno, & l'hauesse vendute à 3600. scudi, è cosa chiara, che hà speso 3. scudi più delli scudi $3272\frac{8}{11}$. Per la qual cosa quelle 1000. canne di panno saranno costate scudi $3275\frac{8}{11}$.

XVII. Vno hà compro 1000. canne di panno à vn *Questione 17.*

à vn

a vn certo prezzo, che se li fussero costate 6. scudi di più, & poi fussero state vendute a 3600. scudi, n'hauerebbe perso 10. scudi per 100. Quanto adunq; fù il prezzo di quelle 1000. canne? Perche colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. però dirai: Se 90. si fanno da 100. da che si faranno 3600?

| | | | |
|---|---|---|---|
| *scud.* | *scud.* | *scud.* | *scud.* |
| 90 | 100. | 3600 | *fanno* 4000. |

Se adunque hauesse perso solamente 10. per 100. sarebbono costate 1000. canne di panno scudi 4000. Perche se 4000. scudi danno scudi 3600. bisogna, che scudi 100. diano scudi 90. che è cosa chiara. Ouero se 4000. scudi perdono 400. scudi (Perochè chi compra alcuna cosa per 4000. scudi, & ne vende la medesima à scudi 3600. perde al certo scudi 400.) necessariamente scudi 100. ne perderanno 10. come tù vedi qui.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *scud.* | *Danno di scud.* | *scud.* | *Danno di scud.* |
| 4000. | 400. | 100. | *fanno* 10. |

Ma perche nella questione è stato aggionto, ch'egli hauerebbe perso 10. per 100. s'hauesse compre le 1000. canne a scudi 6. di più, & che poi l'hauesse vendute per scudi 3600. è cosa chiara, che hauerà speso scudi 6. mãco di 400. Per la qual cosa 1000. canne di pãno costorono scudi 3994.

*Questione 18.* XVIII. Chi vende vna mercantia 20. baiocchi la libra guadagna 30. per 100. Quanto adunque guadagnerà, se la venderà a maggior prezzo come dire à 14. baiocchi? Qui prima è necessario cercare quãto costa vna libra, che venduta a 20. baiocchi, dia di guadagno 30. per 100. come habbiamo insegnato nella questione 14. in questo modo:

modo: Se 130 (cioè, il prezzo, che è 100. & il guadagno, che è 30.) vengono da 100. come da prezzo, da che verranno 20. baiocchi, che contẽgono il prezzo incognito d'vna libra, & ancora insieme il guadagno incognito, che renda 30. per 100.

180. 100. 20? *fanno* $15\frac{5}{13}$.

Costarà dunque vna libra $15\frac{5}{13}$. baioc. Perche di quì nascerà, se baioc. $15\frac{5}{13}$. (vendendo vna libra a baioc. 20.) guadagnano baioc. $4\frac{8}{13}$. che con 100. baioc. si guadagnano baioc. 30. come tu vedi quì.

$15\frac{5}{13}$. $4\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 30.

Hora trouato il prezzo d'vna lib. esser baiocc. $15\frac{5}{13}$. è cosa chiara, se vna lib. si venderà a baioc. 24. che da baioc. $15\frac{5}{13}$. si guadagnaranno baiocc. $8\frac{8}{13}$. Per la qual cosa da baioc. 100. si guadagnaranno baioc. 56. come quì vedi.

$15\frac{5}{13}$. $8\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 56.

XIV. Chi vende 100. libre d'vna certa mercan- *Questione 14.* tia a 10 scudi, perde 10. per 100. Quanto adunq; perderà per 100 se la venderà a minor prezzo, cioè a 8. scudi? Quì ancora è necessario prima cercare, quanto costano quelle 100. libre, che vẽdute a 10. scudi diano di danno 10. per 100. si come habbiamo insegnato nella questione 15. in questo modo. Se 90. si fanno da 100. (perche chi perde 10. per 100. fa 90. da 100.) da qual numero si faranno 10?

90. 100. 10? *fanno* $11\frac{1}{9}$.

Si sono compre adũq; quelle 100. lib. a scudi $11\frac{1}{9}$. Perche da quì seguitarà; Se scudi $11\frac{1}{9}$. (vendendo quelle 100. libr. à 10. scudi) perdono scudi $1\frac{1}{9}$. che

con scudi 100. si perdono 10. come qui tù vedi.

11 1/4. 1 1/4. 100? fanno 10.

Ritrouato in questo modo il prezzo di quelle 100 lib. esser scudi 11 1/4. è cosa chiara, che se le medesime 100. libre si vendano à scudi 8. che da scudi 11 1/4. si viene à perdere scudi 3 1/4. Per la qual cosa per 100. scudi se ne perderanno 28 8/9. come quì tù vedi.

11 1/4. 3 1/4. 100? fanno 28 8/9.

Quest io. ne. 20. XX. Vn Mercante ha compro in Portogallo 50000. libre di pepe a scudi 10000. & iui per dogana pagò scudi 500. Et il nolo di là fino in Italia, costo scudi 300. Et nel porto s'è pagata vn'altra gabella di scudi 200. Doppo la vettura del mare sino a Fiorenza costò 100 scudi, & lì è stata pagata vn'altra gabella di 100. scudi. Et vltimamente alli ministri mandati per quel traffico per lor mercede, & vitto sono stati dati scudi 1000. Hora stà in dubbio, a quanto habbia da vendere la libra, accio che sopra ogni spesa guadagni 2. giulij per libra. Qui prima è necessario raccorre in vn'sōma tutte le spese fatte, acciò si habbia il prezzo, che cō tutte quelle spese s'è speso per le 50000. libre. La quale sōma contiene nel dato essēpio 12200. scudi. Per il che se 50000. libr. costano 12200. giulij, vna libra costarà giulij 2 11/25. come qui vedi.

| | Scudi. |
|---|---|
| Pepe | 10000. |
| Dog. | 500. |
| Nolo. | 300. |
| Dog. | 200. |
| Vettur. | 100. |
| Dog. | 100. |
| Minist. | 1000. |
| | 12200. |

lib.

| lib. | giul. | lib. | giul. |
|---|---|---|---|
| 50000. | 12200. | 1. | fanno 2 11/25. |

Adunque se ogni libra si venderà giulij 4 11/25. si guadagnarà per ciascuna giulij 2.

# REGOLA DELLE COMPAGNIE.

## Cap. XX.



SEGVITA la regola delle Compagnie di grãde vtilità & molto vsata da' Mercanti, la quale in vero tutta depende dalla regola del tre, come da gl'essempij, che seguirãno, si farà manifesto. Et serue questa regola, quando più persone fanno cõpagnia, & doue ciascuno mette vna certa somma di denari, & si fa in questo modo. Si raccoglino li dennari di tutti in vna somma, & il numero raccolto si pone nel primo luogo della regola del tre, & nel secondo luogo si ponne il guadagno commune, ò il danno, che prouiene dal denaro di tutti, & vltimamente nel terzo luogo si pongono li denari di ciaschedunno separaramente &c. Di maniera, che tante volte s'hà da fare la regola del tre, quãti sono gl'Interessati nella compagnia. Ma quãdo interuiene diuersità di tẽpi, si doueranno moltiplicare li denari di ciascuno per il suo tempo, innãzi che si raccoglino tutti li denari in vna somma. Doppo si doueranno raccorre in vna sõma que-

*La regola delle cõpagnie, quando serue, & come si fà.*

*Quante volte la regola del tre si hà da fare nella regola delle cõpagnie.*

*Che si debba far nel la regola delle cõpagnie, quando si è diuersità di tẽpi.*

sti numeri prodotti, per trouare il primo numer. nella regola del tre. Et nel terzo luogo si porranno li numeri prodotti dalla moltiplicatione de i denari di ciascuno nel suo tempo separatamente posto però di nuouo il guadagno, ò il danno cõmune, nel luogo di mezzo. Il che nelli essempij sarà manifesto; delli quali il primo sia questo.

Questione 1. I. Quattro Mercanti fatto compagnia, hanno guadagnato in certe fiere 6000. scudi. Il primo di quelli diede solamente 60. scudi. Il secondo 100. Il terzo. 120. Et il quarto 200. Si dubita hora, quanto di quel guadagno deue hauere ciascun di quelli, hauendo risguardo al denaro, che hà messo. Primamente si deue raccorre la somma delli denari di tutti, che è 480. scudi. Dipoi si deue fare quattro volte la regola del tre, in questo modo. Se 480. scud. che sono li denari raccolti dalli denari di tutti, hanno guadagnato scudi 6000. che guadagnaranno scud. 60. che scud. 100. che 120. & che 200. che ciascheduno hà posto? come qui si vede.

| Scud. | guad. di Sc. | Scud. | | guad. di Scud. | |
|---|---|---|---|---|---|
| 480. | 6000. | 60? | fauno | 750. | del pr. |
| | | 100? | | 1250. | del sec. |
| | | 120? | | 1500. | del terz. |
| | | 200? | | 2500. | del qu. |
| | | | | 6000. | |

Fatta l'operatione, come vuole la regola del tre trouarai il primo douer pigliare scudi 750. il secondo 1250. il terzo 1500. & il quarto 2500.

La proua di questo sarà, se li guadagni di tutti in vna somma raccolti sarãno tutto il guadagno come nel proposto essẽpio vedi esser stato fatto.

II. Tre Mercanti, comprate che hanno delle mercantie, caricano vna naue. Le mercantie del primo costorno scudi 300. del secondo scud. 500. del terzo scudi 180. Doppo sopragionta gran tempesta, sono state buttate in mare le mercantie più graui, che costauano scud. 400. & sono cõuenuti tra loro, che questa perdita sia commune. Quãto danno adunq; toccarà a ciascuno a ragione delle mercantie d'ogni vno? Raccolgansi in vna somma li scudi di tutti, & il nu. raccolto 980. si ponga nel primo luogo nella regola del tre, & il danno commune nel secondo, & li denari di ciascheduno nel terzo, come quì vedi. Questione 2.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | *Scudi.* | | *Danno di Scudi.* | |
| *Scu.* | *Danno di Sc.* | (300?) | | ( 122 $\frac{440}{980}$ | *primo.* |
| 980. | 400. | (500?) | *fanno* | ( 204 $\frac{80}{980}$ | *second.* |
| | | (180?) | | ( 73 $\frac{460}{980}$ | *terzo.* |

Il primo adonque perderà scudi 122. $\frac{440}{980}$. il secondo 204. $\frac{80}{980}$. & il terzo 73 $\frac{460}{980}$.

III. Tre vogliono cõprare 4000. libre di Zuccaro, che si stimano da 500. scudi. Il primo però ne vuole libre 1300. Il secondo 1460. & il terzo le libre, 1240. che restano. Quanto adunq; pagarà ciascuno di loro? Di: Se 4000. libre vagliono 500. scudi, quanto valeranno 1300. & quanto 1460. & quãto 1240. libr. quali ciascheduno vuol pigliare? Et ritrouarai il primo douer pagare scudi 262 $\frac{1}{2}$. Il secondo 182 $\frac{1}{2}$. & il terzo 155. come qui vedi. Questione 3.

| | | libre. | | scud. |
|---|---|---|---|---|
| lib. scud. | | (1300?) | | (162 $\frac{1}{2}$. del primo. |
| 4000. | 500. | (1460?) | fanno | (182 $\frac{1}{2}$. del secondo. |
| | | (1240?) | | (155. del terzo. |

Questione 4. IV. Tre fatta la compagnia hanno guadagnato scudi. 1000. Il primo hà messo scud. 200. li quali doppo 8. mesi ridimandò. Il secondo diede scudi 450. & doppo 6. mesi gli rihebbe. Il terzo finalmente pose scudi 500. & gli lasciò nel traffico 10. mesi. Quanto adunque toccarà a ciascuno di guadagno, hauendo risguardo alli denari, & tempo? Moltiplichisi il denaro d'ogn'vno per il suo tempo, & li num. prodotti si raccolgano in vna somma per il primo numero della regola del tre. Et nel secōdo si ponghi il guadagno, & nel terzo quei tre numeri prodotti. Nel nostro essempio dalli denari del primo per il suo tempo si fanno scudi 1600. Dalli denari del secondo per il suo tempo, 2700. Dalli denari del terzo per il suo tempo, 5000. & la somma raccolta da questi numeri è 9300. Così adunque starà l'essempio.

| Guad. di scud. | | | | Guad. di scud. |
|---|---|---|---|---|
| | | {1600? | | (172 $\frac{4}{93}$. del primo. |
| 9300. | 1000. | {2700? | fanno | (290 $\frac{30}{93}$. del secondo. |
| | | {5000? | | (537 $\frac{58}{93}$. del terzo. |

Questione 5. V. Tre fatta la cōpagnia, hanno guadagnato scudi 1000. Il primo hà posto scudi 300. per 10. mesi. Il secondo ha posto scudi 700. Il terzo scudi 800. El il primo del huadagno ha pigliato scudi 500. Il secondo 300. & il terzo 200. Quanto tempo adunque sono stati nel traffico li denari de ll'altri due? Perche, come nella questione precedente è stato detto, s'ha da moltiplicare li denari

nari

nari di ciascuno nel tempo, mo ltiplicaremo per tanto li denari del primo per il suo tempo,& faremo 3000. Et da questo prodotto viene il guadagno del primo. Acciò dunque sappiamo da' quali prodotti prouenghino li guadagni de gl'altri due. Diremo; Se 500. scudi (che è il guadagno del primo) viene da 3000, da che veranno 300. & 200. scudi, che sono li guadagni de gl' altri due? come quì si vede

*guad. di* *guad. di scudi.*
*scudi.* (300? ) *fanno* (1800. *del secondo.*
500. 3000. (200? ) (1200. *del terzo.*

Adunque tempo del secondo moltiplicato per il il denaro suo fa 1800. & del terzo 1200. Per il che se partiremo 1800. per 700. cioè, per li denari del secondo, ritrouaremo mesi 2 $\frac{4}{7}$, ne i quali dal secondo sono stati esposti al guadagno li scudi 700. Così se partiremo 1200. per 800. cioè per li denari del tarzo, ritroueremo mesi $\frac{3}{2}$. per il terzo.

Esperimentarai questo esser così, se in questo modo proporrai la compagnia. Tre fata la compagnia, hanno guadagnato scudi 1000. Il primo ha posto scudi 300. per 10. mesi. Il secondo scudi 7000. per mesi $\frac{3}{7}$. Il terzo scudi 800. per mesi 1 $\frac{1}{2}$. Quanto adunque ciascheduno a ragione delli suoi denari, & a proportione del tempo piglierà dla guadagno? Se moltiplicaremo li denari ciascuno per il suo tempo, faremo delli denari del primo nel suo tempo, 3000. scudi. Delli danari del secõdo per il suo tempo, 1800. & delli denari del terzo nel suo tempo, 1200. & questi tre prodotti fanno la somma di 6000. Così adunque starà l'essempio.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | guad. di Scud. | | | guad. di Scud. |
| | | (3000? | | (500. del primo. |
| 6000. | 1000. | (1800? | fanno | (300. del secondo. |
| | | (1200? | | (200. del terzo. |

Doue tù vedi esser riuscito il guadagno di ciascuno, come nella questione si proponeua. Adunque li tempi delli due vltimi sono stati ritrouati giustamente.

Questione. 6. VI. Quattro hanno fatto compagnia di durar si due anni, & hãno guadagnato scudi 1000. Il primo nel principio della compagnia pose scudi 3000. & doppo passato l'ottauo mese ne cauò da quelli scudi 1000. Doppo nel principio del vigesimo mese hà posto di nuouo scudi 1200. Il secõdo da principio hà dato scudi 2400. e doppo passati 6. mesi ne hà leuato scudi 800. ma al principio del decimosesto mese di nuouo ne pose scudi 1400. Il terzo nel principio della cõpagnia pose scudi 2000. & passati 7. mesi ripigliò tutti li suoi denari, ma nel principio del decimo ottauo mese di nuouo pose scudi 1600. Il quarto finalmẽte nel principio del settimo mese pose scudi 1800. & doppo 4. mesi finiti ne pigliò scudi 900. ma nel principio del decimo settimo mese di nuouo diede scudi 1500. Quanto adunque ciascheduno pigliarà dal cõmune guadagno a ragione delli suoi denari, & tẽpo? Quì diligentemente s'hà da ricercare, quanti denari ciascuno hà posto, e per quãto tẽpo, &c. Il che acciò si faccia più chiara, l'essempio proposto esplicaremo in questa maniera.

PERCHE il primo nel principio della compagnia hà dato scudi 3000. & ne rihebbe 1000. doppo 8. mesi finiti, è cosa chiara, quello hauer

posto

posto nel commun traffico scudi 3000. per 8. mesi. Moltiplicando adunque 3000. per 8. faremo 24000. Et perche doppo 8. mesi passati ne cauò scudi 1000. è cosa certa, esser restati in compagnia commune scudi 2000. insino al fine del decimonono mese, quando ne portò di nuouo altri denari. Leuando adunque 8. mesi da 19 rimangono 11. mesi, nelli quali espose solamente scudi 1000. e moltiplicãdo 2000. per 11. faremo 22000 Doppo questo, perche di nuouo diede scudi 1200. nel principio nel vigesimo mese, insino al fine del secondo anno, è cosa manifesta, che s'aggiõgeremo questi 1200. scudi alli 200. scudi quello nel commun traffico hauer hauuto per quei 5. mesi, che restauano delli due anni, scudi 3200. Moltiplicando adũq; 3200. per 5. faremo 16000. Hora raccogliendo insieme questi prodotti 24000. 22000. 16000. in vna sõma faremo 62000 il qual numero sarà, quanto pose il primo, prodotto però dalli denari, & tempo del medesimo.

PARIMENTE perche il secondo per 6. mesi diede scudi 2400. percioche passato il 6. mese, ne leuò scudi 800. moltiplicaremo per tanto 2400. per 6. & faremo 14400. Et perche nel principio del decimosesto mese, si dice, che pose nuoui denari, è cosa chiara, esso dal principio del settimo mese, insino al fine del decimoquinto, cioè, per 9. mesi hauer hauuto nella compagnia commune, scudi 1600 che auanzano, leuati che saranno scudi 800. da 2400. Moltiplicando adunque 2600. per 9. faremo similmente 24400. Doppo perche si dice nel principio del decimosesto mese di nuouo hauer posto scud. 2400. è cosa chiara, que-

sto

sto denaro esser stato dato fuori per li 9. mesi restanti delli due anni. Alli quali se s'aggiongeranno scudi 160. che ancora stanno nel commun traffico, si faranno scudi 3000. che per quelli vltimi 9. mesi furono nel traffico commune. Moltiplicando adunque 3000. per 9. faremo 27000. & raccolti questi tre prodotti 14400. 14400. 27000 in vna somma, faremo 55800. per il num. del secondo prodotto però dalli denari, & dal tempo del medesimo.

DOPPO questo, perche il terzo per 7. mesi ha contribuito scudi 2000. poiche 7. mesi passati, se li ripigliò, moltiplicaremo per tanto 2000. per 7. & faremo 14000. Ma perche al principio del decimo ottauo mese di nuouo diede fuora scudi 1600, moltiplicaremo 1600. per 7. (perche tanti mesi restano delli due anni) & faremo 11200. & raccolti questi due prodotti 1400, 11200, in vna somma, faremo 25200. cioè, il numero prodotto dalli denari, & del tempo del terzo Mercante.

PERCHE finalmente il quarto nel principio del settimo mese per 4. mesi pose scudi 1800. moltiplicaremo 1800. per 4. & faremo 7200. Ma perche finiti li 4. mesi ripigliò scudi 900. lasciando solo scudi 900. che furno nel traffico per 6. mesi, dal principio dell' vndecimo mese insino al fine del decimosesto mese, quando di nuouo pose denari, moltiplicaremo 900. per 6. faremo 5400. Ma perche nel principio del decimosettimo mese pose di nuouo scudi 1500. insino al fine delli due anni, alli quali se aggiongeremo scudi 900. che ancora sono nel commun traffico, faremo 2400. Moltiplicando adunque 2400. per 8. mesi,

che

che restano delli due anni, faremo 19200. & raccolti questi tre prodotti. 7200. 5400. 19200. in vna somma, faremo 31800. per il num. prodotto dalli denari, & tempo del quarto Mercante.

HORA raccogliendo in vna somma questi quattro numeri 6200. 5580. 25200. 31800. che sono prodotti dalli denari, & tempi di ciascheduno, faremo 174800. per il primo num. della regola del tre, & nel secondo sarà il guadagno commune, & nel terzo il numero prodotto dalli denari, & tempi di ciascuno, come nella quarta questione é stato detto. Così adunque starà l' essempio.

| | | |
|---|---|---|
| 174800. | 10000. | 62000. 55800. 25200. 31800. |

*fanno* 3556 $\frac{1592}{1748}$ *del primo.* 3192 $\frac{384}{1748}$ *del secondo.* 1441 $\frac{1132}{1748}$ *del terzo.* 1819 $\frac{388}{1748}$ *del quarto.*

VII. Tre fanno compagnia. Il primo pone scudi 400. il secondo scudi 300. & baiocchi 86. Il terzo scudi 1000. giulij 7. baiocchi 9. Et in questo traffico hanno hauuto mala sorte, & hanno scapitato di tuta la sõma scudi 160. Quanto è adũq; il danno di ciascuno? Ridotta ogni cosa à baiocchi, si faranno per il primo 40000. baiocchi per il secondo 30086. & per il terzo 100079. da somma de quali è 170165. Così adunq; starà l' essempio *Questione 7.*

*Ba-*

| | | | |
|---|---|---|---|
| | *Baioc.* | | *Danno di Baioc.*) |
| *se* | 170165. | *fanno* | 10000. |
| | *Baioc.* | | *Danno di Baioc.* |
| | ( 40000?) | | (2350 $\frac{112250}{170165}$. |
| *Che fa-* | ( 300868) | *fanno* | (1768 $\frac{8250}{170165}$. |
| *ranno.* | (1000798) | | (5881 $\frac{46635}{170165}$. |

*Questione 7.* VIII. Tre hanno fatto compagnia. Il primo portò scudi 200. & gli lasciò nella compagnia 12. mesi. Il secondo contribuì scudi 240. Il terzo pose vna collana d'oro, il prezzo della quale ridomandò passati 10. mesi. Il guadagno acquistato fù di scudi 138. & fatta la debita destributione, il primo hebbe scudi 60. il secondo 48. & il terzo 30. Quãti mesi adunq; lasciò il secondo li denari contribuiti nella cõpagnia, & quanti scudi è stata stimata la collana d'oro, acciò le dette portioni del guadagno si douessero, à ciascuno? Perche il denaro di ciascheduno deue esser moltiplicato per il suo tẽpo, moltiplicaremo li 200. scudi del primo per 12. mesi, e faremo 240. Per questo num. gli toccorno di guadagno scudi 60. Di adunq; acciò tù sapppi con che num. il secondo acquistò il guadagno di scud. 48. Se 60. scud. vẽnero da 2400 donde sono venuti scudi 48? Come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 60. | 2400. | 48? | *fanno* | 1920. |

Et ritrouarà, 1920. Il qual numer. è prodotto da scudi 240. del secondo nel suo tempo. Partendo adunq; il detto num. 1620. per 240. ne verranno mesi 8. nelli quali li denari del secõdo furono nel traffico. Di nuouo acciò tù sappi, che con num. il terzo habbi acquistato il guadagno di scud. 30. di; Se il guadagno di scud. 60. nasce da 2400. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? Oue-

ro,

ro, se il guadagno di scudi 48. è prouenuto da 1820. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? Come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 90. | 2400. | 30? | *fanno* | 1200. |
| 48. | 1920. | 30. | *fanno* | 1200. |

Peroche sempre ritrouerai il num. 1200. il quale è prodotto da 10. mesi del terzo nelli suoi denari cioè, nel prezzo della collana. Partendo adunque questo numero 1200. per 10. mesi, ne vscirà il valor della collana, cioè, scudi 120. li quali il terzo per 10. mesi pose nel traffico.

Conoscerai, che la cosa stà così, se in questo modo proponerai la compagnia. Tre fatta la compagnia, hanno guadagnato scudi 138. Il primo ha dato scudi 200. per 12. mesi. Il secondo scudi 240. per 8. mesi. Et il terzo scudi 120. per 10. mesi. Quanto adunque del guadagno si deue a ciascuno di loro? Peroche moltiplicati li denari di ciascuno per il suo tempo, ritrouarai il guadagno di ciascuno, si come è stato detto nella questione come quì si vede.

| *guad. di Scudi.* | | | | *guad. di Scudi.* |
|---|---|---|---|---|
| | | 2400? | | 60. *del primo* |
| 5520. | 138. | 1920? | *fanno* | 48. *del secondo.* |
| | | 1200? | | 30. *del terzo.* |

IX. Tre fatta la compagnia da durare per vn'anno, hanno guadagnato vna certa somma di scudi. Il primo da principio pose 1000. scudi. Il secondo doppo passati due mesi diede certa somma di denari. Finalmente il terzo quattro mesi doppo'l secondo pose ancor lui non sò che somma di denari, che non si sà. Finita però la compagnia, participorno tutti vgualmente del guada- *Questione 9.*

da-

dagno. Quanto adunque il secondo, & quanto il terzo diede in questa compagnia; Moltiplicando li 1000 scudi del primo per 12. mesi, nelli quali li lasciò nella compagnia; si faranno scudi 12000. & tanto à punto si deue fare ancora delli denari del secondo nel suo tempo, & parimete delli denari del terzo nel suo tempo, poiche deuono hauere vgual guadagno. Et perche il secondo lasciò nel traffico li suoi denari 10. mesi, se partiremo 12000. per 10. ritrouaremo li denari del secodo essere stati scudi 1200. Ma se li partiremo per 6. mesi, nelli quali il terzo espose li suoi denari, ritrouaremo li denari del terzo essere stati scudi 2000. Perche in questa maniera dalli danari di ciascuno nel suo tépo si produrrà il num. 12000 che terrà il terzo luogo nella regola del tre, & perciò tutti tre haueranno vgual guadagno, quantunque sia stato quel guadagno commune. Perche se il guadagno commune, per essempio, fusse stato scudi 900 & questi tre numeri 12000. 12000. 12000. che dalli denari di ciascuno da per se nel proprio tépo sono prodotti, si raccogliesse in vna somma, così starebbe l'essempio.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 36000. | 900. | 12000. | fanno | 3000. |
| | | 12000. | | 3000. |
| | | 12000. | | 3000. |

Questione 10 X. Tre in vn commun traffico hanno guadagnato scudi 190. li quali così tra di loro hanno distribuiti, che la parte del primo fusse tre volte più della parte del secondo, & quattro volte più della parte del terzo, Et il primo pose per 12. mesi scudi 80. Il secondo diede li suoi denari per 8. mesi, & il terzo per 4 Quanto adunque ciascheduno

tanto di questi due vltimi hanno posto in questa compagnia, & che cosa ciascuno ha preso del guadagno? Moltiplica li denari del primo, cioè scudi 80. per il suo tempo, cioè, per 12. mesi, & farai 960. Di questo numero pigli $\frac{1}{3}$, cioè 320. Et similmēte $\frac{1}{4}$, cioè 240. Percioche questi sono li numeri, che si deuono produrre dalli denari delli due vltimi nelli suoi tempi. Perche à questo modo il guadagno del secondo sarà $\frac{1}{3}$ del guadagno del primo, & il guadagno del terzo sarà $\frac{1}{4}$ del medesimo, si come anco il num. 320. dal quale ne nasce il guadagno del secondo, è $\frac{1}{3}$ del numero 960. dal quale si produce il guadagno del primo, & il numer. 240. che partorisce il guadagno del terzo, è $\frac{1}{4}$ del medesimo num. 960. Se adunque partiremo 320. per 8. mesi del secōdo, ritrouaremo scudi 40. che furono inuestiti dal secōdo. Et se diuideremo 240. per 4. mesi del terzo, si produranno 60. scudi per il terzo. Perche questo modo li denari di ciascheduno da per se moltiplicati per li suoi tēpi produranno li numeri 960. 320. 240. il primo de quali è triplo del secōdo, & quadruplo del terzo. Donde ne segue, che ancora i guadagni haueranno le medesime proportioni, come qui vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1520. 190. | 960.<br>320.<br>240. | fanno | 120.<br>40.<br>30. | di guadagno. |

XL. Tre fatta la compagnia, posero nel commune traffico scudi 1520. & hanno guadagnato scudi 190. quali (hauendo riguardo alli denari, che ciascuno ha posto) così tra loro l'hanno partiti. Il primo ha hauuto 120. il secondo 40. Che cosa dunque ha hauuto il terzo, & che cosa ciasche- Questione 11

ciascheduno pose in detta compagnia? Se si cauarà il guadagno del primo, dipoi quello del secondo da tutto il guadagno, rimatrà il guadagno del terzo, scudi 30. Conosciuto adunque il guadagno di ciascheduno da per se, dirai; Se tutto il guadagno di 190. scudi è prouenuto dalli denari communi di scudi 1520. da che ha origine il guadagno del primo 120. scudi, & il guadagno del secōdo di scudi 40. & il guadagno del terzo di scudi 30? Et ritrouarai il primo hauer portato nella compagnia scudi 960. il secondo 320. & il terzo 240. come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 120? | | 960. *del primo.* |
| 190. | 1520. | 40? | *fanno* | 320. *del secondo.* |
| | | 30? | | 240. *del terzo.* |

La proua si farà, se dirai: Se 1520. che è la somma delli dinari, che ciascheduno contribuì, hanno guadagnato 190. quanto guadagneranno 960. 320. & 240? Perche ritrouarai li guadagni essere 120. 40. 30.

Questione 12 XII. Tre fatta la cōpagnia portarono in quello 1520. scudi con li quali hanno guadagnato scudi 190. Il primo fatta la distributione, hebbe scudi 1080. il qual numero è composto dal suo capitale, & dal guadagno, che gli toccò per conto delli denari; che pose. Similmente il secondo pigliò scudi 360. & il terzo 270. Quanto adunque ciascheduno pose, & quāto hà guadagnato? Fatta vna somma delli denari, che tutti hanno posti & dal commun guadagno, la quale è 1710. dirai; Se 1710. cioè, il capitale, & guadagno di tutti prouēgono da 1520. cioè, dalli danari di tutti, da che veranno 1080. che è il numero, che contiene

li

li denari, & il guadagno del primo? & donde nasceranno 360. cioè, il denaro, & il guadagno del secondo? & da qual numero si produranno 270. il qual numero contiene li denari, & guadagno del terzo? Et ritrouarai in questo modo li denari, che ciascheduno da per se hà posto, come quì è chiaro.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1710. 1520. | 1080? | fanno | 960. | *del primo* |
| | 360? | | 320. | *del secondo.* |
| | 270? | | 240. | *del terzo.* |

Leuando adunq; li denari di ciascuno del numer. che li tocca, restarà il guadagno solo. Così ritrouarai il guadagno del primo essere scudi 120. del secondo 40. & del terzo 30.

XIIII. Due in vn traffico commune hanno guadagnato scudi 200. delli quali al primo ne toccorno scudi 50. Il secondo però diede il doppio più del primo, & di più scudi 8. Quanto adunque l'vno, & l'altro hà posto? Perche il primo hà guadagnato scudi 50. è cosa chiara, il secondo, che hà posto il doppio più, hauer guadagnato scudi 100. & perciò gl'altri 50. scudi, che auanzano di tutto il guadagno di 200. scudi, esser guadagno di scudi 8. li quali di più il secondo pose. Adunque per hauere li denari, che l'vno, & l'altro pose, dirai: Se 50. scudi che restorno, prouengono da 8. scudi, li quali il secondo di più diede, da che si produranno 50. scudi, che il primo hà guadagnato, & da che 100. scudi che ha guadagnato il secondo? Et ritrouarai in questo modo il primo hauer posto scudi 8. & il secondo 16. come qui vedi. *Questione I.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 50. | 8. | 50? | fanno | 8. |
| | | 100? | | 16. |

Se adunque aggiongerai 8. à 16. scudi del secondo, farai 24. scudi, che il secondo pose in quella compagnia.

La proua di questo sarà, se 8. scudi, & 24. che l'vno, & l'altro contribuirno raccorrà in vna sōma, che 32. & dirai; Se 32. hanno guadagnato 200. quanto guadagnaranno 8. & quanto 24? Perche ritrouarai guadagno del primo essere 50. & del secondo 150. come qui vedi.

32. 300. {8. 24.} *fanno* {50. 150.}

XIV. Due fecero compagnia. Il primo pose scudi 120. & il secondo 180. & pigliorno vn Procuratore con questa conditione, che dal guadagno pigliasse 10. per. 100. Il guadagno però è stato 1000. scudi. Quanto adunque deue hauere il Procuratore, & l'vno, & l'altro di quelli. Di; Se 100. danno 10. al Procuratore, che darāno 1000? & ritrouarai scudi 100. che si deuono al Procuratore a ragione di 10. per 100. Leuati adunque questi 100. scudi da tutto il guadagno, cioè, da tutti 1000. scudi, restano scudi 900. per il guadagno dell'vno, & dell'altro. Di adunque; Se 300. scudi, che ambedue posero, hanno guadagnato scudi 900. quanto guadagnaranno scudi 120. & quanto 180? come qui si vede.

*Questione 14.*

300. 900. {120? 180?} *fanno* {360. 540}

XV. Tre fecero compagnia, & guadagnorno scudi 1520. Il primo contribuì scudi 1080. & il secondo 360. ma il terzo pose tanti denari, che gli toccorno del guadagno scudi 240. Quanto adunque questo terzo pose, & quanto ha guadagna-

*Questione 15.*

gna-

gnato ciascheduno di quei due primi? Leua scudi 240. che il terzo ha guadagnato, da tutto il guadagno di scudi 1520. & auanzaranno per il guadagno delli due primi scudi 1280. Dì adunque: Se 1440. scudi, che il primo, & il secondo posero, hanno guadagnato 1280. quanto guadagnaranno scudi 1080. del primo, & quanto scudi 360. del secondo? Et ritrouarai il guadagno del primo essere 960. & del secondo 320. come quì vedi.

1440. 1280 { 1080 / 390 } fanno 960. / 320.

Percioche in questa mainiera il guadagno di tutti sarà scudi 1520. Ma per sapere, quanti denari pose il terzo. Dì: Se il guadagno delli primi due di scudi 1280. ha origine di scudi 1440. li quali sono stati posti da loro nella detta compagnia, donde verrà il guadagno di scudi 240. del terzo? ritrouarai 270. scudi, come quì vedi.

1280. 1440. 240? fanno 270.

XVI. Tre hanno posto vguali somme di denari, & hanno guadagnato scudi 1000. in vn'anno. Il primo lasciò il suo denaro in compagnia 7. mesi. Il secondo leuò il suo doppo 6. mesi: ma il terzo lasciò il suo insino alla fine dell' anno. Quanto adunque ciascheduno pigliarà del guadagno? Raccolti tutti li mesi, ne i quali lasciorno li suoi denari che faranno la somma di 25. Dirai: Se 25. mesi guadagnano 1000. quanto guadagnaranno 7. mesi, & quanto 6. & quanto 12? come quì è stato fatto. Questione 16

25. 1000. { 7? / 6? / 12? } fanno { 280. / 240. / 480. }

Che questo sia vero, è cosa chiara, atteso, che li guadagni di tutti fanno scudi 1000. che si diceua tutti hauere guadagnati.

Lo prouarai nondimeno à questo modo. Fingi che ciascuno habbia posto scudi 100. & moltiplicali per il tempo di ciascuno, & farà 700. 600. & 1200. Raccolti doppo tutti questi numeri in vna somma, che è 2500. dì; Se 2500. guadagnano 1000. quanto guadagnarono 700. 600. & 1200? Imperoche ritrouarai li medesimi guadagni, che prima, come qui vedi.

2500. 1000. { 700? 600? 1200? } *fanno* { 280. 240. 480.

Questione 17. XVII. Quanto in compagnia hanno guadagnato scudi 340. li quali così tra loro sono stati distribuiti, hauendo risguardo alli denari; che posero che quante volte il secondo ha hauuto 5. tãte volte il terzo habbia hauuto 9. & quante volte il terzo ha hauuto 7. tante volte il quarto habbia hauuto 11. Et finalmente quante volte il quarto ha hauuto 9. tante volte il primo habbia hauuto 13. il primo diede scudi 286. Quanto adunq; gl' altri hanno posto, & quanto ciascheduno ha riportato dal guadagno? Qui s' esprimono le proportioni delli guadagni, & conseguentemente ancora delli denari, dalli quali vengono li guadagni. Imperoche li guadagni sono porportionali alli denari posti. Perche adunque il primo tante volte deue hauere 13. quante volte il quarto 9. sarà proportione delli denari esposti la medesima, che è da 13. a 9. per amor che vn medesimo nu. moltiplicãdo 13. & 9. produce li denari dell'vno,

&

&, dell'altro poiche tante volte in quelli del primo deuono esser contenuti li 13. quante volte in questi del quarto li 9. Dì adunq; Se 13. dãno scud. 286. che il primo ha posto, quãto darãno 9? & ritrouarai sc. 198. che il quart. pose come quì vedi.

13. 286. 9? fanno 198.

Doue tù vedi, tante volte essere contenuto il 9. in 198. quante volte il 13. in 286. si ritroua.

Ma perche si dice, che il quarto deue hauere 11. tante volte; quante volte il terzo hà 7. sarà per tanto tal proportione di 198. alli denari del terzo, che è da 11. à 7. Di adunq; Se 11. dãno 198. quanto daranno 7? & ritrouarai li denari esposti dal terzo esser scudi 126. come quì si vede.

11. 198. 7? fanno 126.

Doue ancora è manifesto, tẽte volte essere cõtenuto il 7. nel 126. quãte volte il 11. in 198. si ritroua.

Di nuouo perche il terzo tante volte deue hauere 9. quante volte il secondo ha 5. sarà per questo tale proportione di 126. alli denari del secondo, che è da 9. à 5. Dì adunque; Se 9. danno 126. quanto mi daranno 5? & ritrouarai li denari posti dal secondo esser scudi 70. come quì si vede.

9. 126. 5? fanno 70.

Doue ancora si vede, tante volte ritrouasi il 5. in 70. quante volte il 9. in 126. si contiene.

Hauuti in questa maniera, li denari, che ciascheduno pose, ritrouaremo il guadagno di quelli; come nell'altre compagnie. Imperoche raccolti li danari di tutti in questa somma 680. Diremo: Se 680. guadagnano 340. quanto guadagnaranno 286. 70. 126. 198. che il primo, secondo, terzo, & quarto hanno posto? come qui si vede.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | (286?) | | ( 143. del primo. |
| 680. | 340. | ( 70?) | fanno | ( 35. del secondo. |
| | | (126?) | | ( 36. del terzo. |
| | | (198?) | | ( 99. del quarto. |

Doue chiaramente tu vedi, tutti li guadagni fare 340. & tante volte essere contenuto il 13. in 143. quante volte il 9. in 99. & tante volte il 5. in 35. quante volte il 9. in 63. & tante volte il 7. in 63. quante volte 11. in 99.

Questione 18. XVIII. Tre vogliono partire tra di loro scudi 760. con questa conditione, che ogni volta, che il primo hauerà 10. scudi il secondo n'habbia 7. & il terzo 2. Quanto adunque hauranno da pigliare per vno? Raccogli insieme 10. 7. & 2. acciò habbi 19. Doppo di: Se 19. danno 760. quanto daranno 10. 7. & 2.? come qui vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 10? | | 400. del primo. |
| 19. | 760. | 7? | fanno | 280. del secondo. |
| | | 2? | | 80. del terzo. |

Questione 19. XIX. Quattro vogliono partire tra di loro scudi 785. con questo patto, che quante volte il primo hauerà 10. tante volte il secondo habbia 7. ma quante volte il secondo hauerà 14. tante volte il terzo habbia 3. & vltimamente quante volte il terzo hauerà 12. tante volte il quarto habbia 9. Quanto adunq; ciascheduno pigliarà? Acciò si renda più facile l'operatione, si douerà cominciare dell'vltimo, cioè dal quarto, il quale per maggior facilità poniamo hauere vna volta 9. Hauerà adunq; il terzo vna volta 12. Ma perche quante volte il terzo ha 3. tante volte il secondo doue hauere 14. se partiremo il nu. 12. del terzo per 3. ritrouueremo il Quotiente 4. che mostra

strà nel 12. quattro volte essere contenuto il 3. Moltiplicaremo adunque 14. per il detto Quotiente 4. & ritrouaremo 56. cioè il numero del secondo nel quale il 14. in tante volte si contiene quãte volte il 3. nel 12. si ritroua. Et perche quãte volte il secondo hà 7. tãte volte il primo deue hauere 10. Se partiremo 56. cioè, il numero del secondo per 7. ritroueremo il Quotiente 8. che mostra nel 56. esser contenuto il 7. otto volte. Moltiplicaremo adunq; 10 per questo Quotiẽte 8. & produrremo 8, cioè il num. del primo, nel quale tante volte si contiene il 10., quante volte il 7. in 56. Et così le parti del num. dato 785. deuono hauere le proportioni di questi nu. 80. 56. 12. 9. Perche in questa maniera tante volte il primo hauerà 10. quante volte il secondo 7. Et tante volte il secõdo 14. quãte volte il terzo 3. Et quãte volte il terzo 12. tantè volte il quarto 9. Raccolti adunque quei numeri in vna somma, che sarà 157. Di: Se 157. danno 785. quanto daranno 80. 56. 12. & 9? come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 158. 785. | 80? | | fanno | 400. *del primo.* |
| | 56? | | | 280. *del secondo.* |
| | 12? | | | 60. *del terzo.* |
| | 9? | | | 45. *del quarto.* |

In vn'altro modo così si scioglierà la medesima questione proposta. Perche quando il primo ha 10. il secondo ha 7. porremo 10. per il primo, & 7. per il secondo. Doppo perche quando il secondo hà 14. il terzo ha 3. diremo; Se 14. del secondo sono 7, quanto saranno 3. del terzo? & ritrouaremo $1\frac{1}{2}$: & tal proportione hauerà la positione del secõdo alla positione del terzo, quale

ha 7. à $1\frac{1}{2}$. cioè, tante volte saranno 14. nel $7\frac{1}{2}$ quante volte il 3. in $\frac{1}{2}$. Di nuouo perche, qnando il terzo ha 12. il quarto ha 9. diremo. Se 12. del terzo sono $1\frac{1}{2}$. quanto saranno 9. del quarto? & ritroueremo $1\frac{1}{8}$. & tal proportione hauerà la positione del terzo alla positione del quarto, quale ha $1\frac{1}{2}$. a $1\frac{1}{8}$. cioè, tante volte sarãno 12. nel $1\frac{1}{2}$. quãte volte il 9. nel $1\frac{1}{8}$. Hora raccogliendo questi numer. 10. 7. $\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$. in vna somma faremo $19\frac{5}{8}$. Onde diremo: Se $19\frac{5}{8}$. danno 785. quanto daranno 10. 7. $1\frac{1}{8}$? come qui vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $19\frac{5}{8}$. | 785. | 10? | *fanno* | 400. *del primo.* |
| | | 7? | | 280. *del secondo.* |
| | | $1\frac{1}{2}$? | | 60. *del terzo.* |
| | | $1\frac{1}{8}$? | | 45. *del quarto.* |

*Questione 20.* XX. Quattro Capitani sei Alfieri, & 100. Soldati dal sacco d'vna Città presero, vna casa, doue fecero bottino di 72400. scudi, li quali tra di loro così hanno partiti, che quante volte ciaschedun Capitano pigliò 8. tante volte ogni Alfiere ne prese 5. & ogni soldato 3. Quanto adunq; toccarà a ciascuno di quella preda? Moltiplica il nu. 4. delli Capitani per 8 cioè, per li numer. che tante volte ciaschedun Capitano deue hauere, quãte volte gl'altri 5. & 3. farai 32. Similmente moltiplica il numero 6. delli Alfieri per 5. & il num. 100. delli soldati per 3. & farai 30. & 300. faranno la somma 362. Di adunque: Se 362. danno 72400. quanto daranno 32. 30. 300? come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 372. | 72400. | 2? | *fanno* | 6400. |
| | | 0? | | 6000. |
| | | 50? | | 60000. |

Si

Si che li quattro Capitani pigliorono da quella preda 6400. scudi, & gli sei Alfieri 6000. & li cento soldati 60000. che tutti insieme fanno la somma delli scudi settantadue milla, & quattrocento ritrouata. Hora se partiremo li scudi 6400. delli Capitani per il numero 4. delli Capitani, ritrouaremo ciascuno di loro hauer hauuto scudi 1600. Et se diuideremo gli 6000. scud. delli Alfieri per sei, ritrouaremo esser toccato a ciascuno scudi mille. Et finalmente se li sc. di sessanta mille delli soldati diuideremo per cento, ritrouaremo ciascheduno hauer hauuto scudi seicento. Doue chiaramente tù vedi, tante volte l'otto essere contenuto nel mille, & seicento, quante volte il cinque nel mille, & il terzo, nel seicento, cioè ducento volte.

XXI. Trouandosi vno vicino à morte, che haueua vna figliuola, & vn figliuolo, il quale si diceua esser morto nella guerra, così lasciò, che fusse partita tra la moglie, & la figliuola la heredita di scudi 18088. che la moglie ne hauesse $\frac{2}{3}$. & la figliuola $\frac{1}{3}$. Ma se per sorte il figliuolo ritornasse, che esso ne hauesse $\frac{2}{3}$. Hora accade, che'l figliuolo ritornò. In che modo adunque questa heredita hà da essere distribuita, accio si sodisfaccia alla volontà del Testatore? È cosa chiara, questa domanda non potersi intendere così, come suonano le parole, Perche se il figliuolo ne piglia $\frac{2}{3}$. la moglie non ne potrà hauere $\frac{2}{3}$. & la figliuola $\frac{1}{3}$ Per la qual cosa tutti gl'Aritmetici, espongono la volontà del Testatore esser stata, che il figliuolo hauesse il doppio più della moglie, & la moglie, il doppio più che la figliuola, si come la pro- questione 21.

portione di queste minutie $\frac{2\,1}{3\,2}$. che è dupla (perche la minutia $\frac{2}{3}$ contiene due volte la minutia $\frac{1}{3}$) più che mostri. Si che il numero 18088. si douerà diuidere in tre parti, in tal modo, che la prima contenga la seconda due volte, & la seconda abbracci similmente la terza due volte, cioè, che habbino proportione dupla continua. Il che si farà in questo modo. Poni la terza essere 1. Sarà la secōda adunque 2, & la prima 4? che tutte fanno 7. Dì adunque: Se 7. danno 18088. che daranno 4.2.1? come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4? | | | (10336. *del figliuolo.* |
| 7, 18088. | 2? | *fanno* | | (5168. *della mog...* |
| | 1? | | | (2584. *della figliuola.* |

Questione 22. XXII. Tre ritrouorno vna borsa cō scudi 3042. li quali così tra di loro distribuirono. Il primo pigliò $\frac{1}{2}$, il secōdo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{4}$. Quanto adunque toccò á ciascuno? Qui ancora si vede manifestamente, la questione non potersi intendere, come suonano le parole. Perche se il primo ne hauesse pigliato $\frac{1}{2}$. & il secondo $\frac{1}{3}$. non hauerebbe potuto il terzo pigliarne $\frac{1}{4}$. Perche queste tre minutie sono più d'vn' intiero, atteso, che fanno $\frac{13}{12}$. Per questo il senso è, che il numero dato si diuida in tre parti, le quali habbino le medesime proportioni tra di loro, che queste minutie $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. Et per far questo, si ritroui vn numero numerato dalli Denominatori. Il minimo numero quì è 12. ritrouato per quello, che hauemo scritto nel cap. 10. Da questo numero pigli $\frac{1}{2}$. cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$ cioè 3. le quali parti raccogliendo insieme hauerai 13. Dì adunque: Se 13. danno 3042. quanto daranno 6.4. & 3? come quì vedi.

13.

(6?) (1404. *del primo.*
13. 3042. (4?) *fanno* (1936. *del secondo.*
(3?) ( 702. *del terzo.*

La proua farà questa. Riduci le date minutie alla medesima denominatione, come dire à $\frac{6}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{12}$. Perche queste minutie haueranno le medesime proportioni, che hanno li Numeratori. Et le medesime hanno li tre numeri ritrouati 1404. 936. 702. che è cosa manifesta.

XXIII. Tre hanno trouato vn sacchetto con 1407. scudi, li quali così tra di loro partirono. Il primo ne pigliò $\frac{1}{2}$, il secondo $\frac{3}{5}$, il terzo $\frac{8}{11}$. Quanto adunque ciascuno ne pigliò? Qui ancora il senso è, che il dato numero si diuida in tre parti proportionali alle date minutie, altrimente saria impossibile, che la questione potesse stare. Ritrouato adunque per il cap. 10. il minimo numero. 110 che contiene le dette minutie, pigli la sua metà, 55. & tre quinti, 66. & otto vndecimi, 80. & tutte queste parti raccogli in vna somma 201. & dì: Se 201. danno 1407. quanto daranno 55. 66. & 80? come quì vedi. *Questione 23.*

(55?) (385. *del primo.*
201. 1407. (66?) *fanno* (462. *del secondo.*
(80?) (560. *del terzo.*

La proua si farà come nella questione passata. Perche ridotte le date minutie alla medesima denominatione, come dire à $\frac{55}{110}$, $\frac{66}{110}$, $\frac{80}{110}$, haueranno li tre numeri ritrouati le medesime proportioni, che hanno queste minutie, cioè, il Numeratori di quelle che è cosa chiara.

XXIV. Quattro vogliono partire tra di loro scudi 396. in tal modo, che'l primo ne habbia $\frac{1}{2}$. & *Questione 24.*

di

di più 10. Il secondo $\frac{3}{5}$. manco 20. Il terzo $\frac{1}{3}$. & di più 8. Et finalmente il quarto $\frac{1}{4}$. manco 6. Quãto adunque ciascuno ne pigliarà? In questa sorte di questioni leua da tutta la somma li numeri, che oltra le parti dette si deuono pigliare, & aggiungi gl'altri numeri, che deuono mancare à dette parti, alla medesima somma. Come, quì leua 10. & 8. rimarrà 378. aggiongi di nuouo 20. & 6. & farai 404. Doppo ritrouato il minimo num. 60. che contiene le date minutie, del quale $\frac{1}{2}$. è 30 & $\frac{3}{5}$. 36. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. li quali numeri tutti fanno 101. Dì adunque: Se 101 danno 404. (il qual nu. è fatto dalla raccolta, & sottratio ne delli dati numeri di tutta la somma 396.) che daranno 30. 36. 20. & 15? come quì vedi.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 101. 404. | (30?) | fanno | (120. *del primo.* |
| | (36?) | | (144. *del secondo.* |
| | (20?) | | (80. *del terzo.* |
| | (15?) | | (90. *del quarto.* |

Adunque questi quattro numeri ritrouati, hanno le medesime proportioni che le date minutie: Ma in vna somma raccolti fanno 404. & nõ 396. come propone la questione. Che se al primo aggiongerai 10. per fare 130. & dal secondo leuarai 20. per far restare 124. & al terzo aggiongerai 8. per fare 88. & finalmente dal quarto leuarai 6. per far restare 54. faranno questi quattro numeri, 369. Ma accioche habbino le dette proportioni, si haueranno da leuare prima, & aggiogere quelli numeri, che sono stati aggionti, & leuati: Si che veramente 130. à 124. habbia la medesima proportione, che $\frac{1}{2}$. à $\frac{3}{5}$. se prima si cauaranno 10. da questo, & à questo s'aggiongeranno 10. Di

modo,

modo, che con raggione se dirà, il numero 130. contenere $\frac{1}{3}$.& di più 10. ma il numero 124. contenere $\frac{1}{5}$. manco 20.&c.

XXV. E vna cisterna, che hà da basso tre cannelle disuguali; aperta la maggiore, si versa tutta l'acqua in 2. hore, & aperta la mezzana, si versa tutta in 3. hore; & finalmente aperta la minore, si versa tutta in 6. hore. In quanto tẽpo adunque vscirà fuora tutta l'acqua, aprendosi tutte tre le cannelle posto, che da principio insino al fine per ciascheduna venghi l'acqua fuora sempre vniformamente nel medesimo modo? Ritrouato il minimo numero, che sia misurato da i tẽpi espressi nella questione, cioè, dalle hore 2. 3. & 6. il quale quì è 9. dirai: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 3. Similmente, se la cannella mezzana vota vna cisterna in 3. hore, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 2. Di più se la cannella più piccola vota vna cisterna in 6. hore, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 1. come quì vedi.

| *Hore.* | *Cisterna.* | *Hore.* | *Cisterna.* |
| --- | --- | --- | --- |
| 2. 3. 6. | 1. | 6. | 3. 2. 1. |

Hora racolti in vna somma questi tre numeri ritrouati 3. 2. 1. per fare 6. di: Se 6. cisterne si votano in 6. hora, in quanto tempo se ne votarà vna? & ritrouarai in vn'hora. Il che prouarai in questo modo. Se la maggior cannella vota tutta la cisterna in 2. hore, & la mezzana in 3. & la più piccola in 6. quanta parte della cisterna ciasche-

du-

duna cannella votarà in 1.hora? come qui è stato posto.

| Hore. | Cisterna. | Hore. | Cisterna. |
| --- | --- | --- | --- |
| 2. 3. 6. | 1. | 1. | $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{6}$. |

Perche ritrouarai, che la maggior canella vota $\frac{1}{2}$. della cisterna, & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la più piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vna cisterna intiera.

Questa medesima questione così ancora si può proporre. In vna cisterna, che hà nella cima tre cannelle disuguali: la maggiore riempe la cisterna in 2. hore la mezzana in 3. & la più piccola in 6. Adunq; in quanto tempo tutte insieme empiranno la cisterna? & ritrouarai, che in 1. hora.

Similmente così ancora si può proporre. Sono tre maestri: il primo finisce vn'opera in 2. anni: il secondo in 3. & il terzo in 6. Adunque in quanto tempo tutti insieme finiranno la medesima opera? & ritrouarai, che in 1. anno.

Ma le questioni di questa sorte possono ancora risoluere in questo modo. ¶ Cerchisi per la regola del tre, quant' acqua ciascuna canella votarà in vn'hora? & li tre numeri ritrouati si raccolghino in vna somma. Perche se questa somma sarà vna cisterna, si ricercarà vn'hora, acciò tutte le canelle votino tutta la cisterna; ma se non sarà 1. cisterna, si ritrouarà il tempo desiderato per la regola del tre, come in questo essempio sarà manifesto. Sono tre maestri. Il primo finisce vna certa opra in 6. anni. Il secondo in 9. Il terzo in 18. In quanto tempo adunq; tutti insieme la medesima opra finiranno? Dì: Se il primo finisce in 6. anni vn.

vn'opra, & il secondo in 9. & il terzo in 18. quanto farà ciascuno in vn'anno? come qui vedi.

| Anni. | Opra. | Anni. | Opra. |
| --- | --- | --- | --- |
| 6.) | | | ($\frac{1}{6}$. del primo. |
| 9.) | 1. | 1? | ($\frac{1}{9}$. del secondo. |
| 18.) | | | ($\frac{1}{18}$. del terzo. |

Tutti questi tre numeri ritrouati fanno $\frac{1}{3}$. Di adunque? Se $\frac{1}{3}$ del opra ricerca vn'anno, quanti anni ricercarà vn'opra intiera? & ritrouarai 3. anni. Il che prouarai, come di sopra, secondo che qui vedi.

| Anni. | Opra. | Anni. | Opra. |
| --- | --- | --- | --- |
| 6.) | | | ($\frac{1}{2}$. del primo. |
| 9.) | 1. | 3? | ($\frac{1}{3}$. del secondo. |
| 18.) | | | ($\frac{1}{6}$. del terzo. |

Imperoche ritrouarai, il primo finire in 3. anni, $\frac{1}{2}$. dell'opra: il secondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vn'opra intiera.

Se il primo essempio si risoluesse in questo modo, subito nella prima operatione s' hauerebbe l'intento; perche in vn' hora tutta la cisterna si vota, come dall'operatione della proua del detto essempio è manifesto.

XXVI. E vna cisterna, che ha vna canella nella bocca, per la quale s'empie in 4. hore; ma nel più basso del fondo n'ha vn'altra canella, per la quale in 6. hore si vota. Se adunque di continuo v'entri, & esca dell'acqua in quanto tempo la cisterna s'empierà? Primieramente è necessario di ritrouare, quanta parte della cisterna (posta nella conditione) in vn'hora s' empierà, in questo modo. Se in 4. hore s'empie vna cisterna, quanta parte s'empierà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{4}$. di cister- Questione 26

sterna. Di nuouo se in 6. hore si vota vna cisterna; quanta parte se ne votarà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{6}$. di cisterna. Se adunque leuarai $\frac{1}{6}$. da $\frac{1}{4}$. restarà $\frac{1}{12}$. di cisterna; & tanta parte di cisterna s'empierà in vn'hora. Di adunq; Se $\frac{1}{12}$. di cisterna ricerca vn'hora, quanto tempo vorrà vna cisterna? & ritrouarai 12. hore; & in tante hore la cisterna s'empierà. Il che prouarai in questo modo esser vero: Se in 4. hore s'empie vna cisterna, in 12. hore quante cisterne s'empieranno? & ritrouarai 3. cisterne. Di più Se in 6. hore si vota vna citerna, in 12. hore quante cisterne si votarando? & ritrouarai 2. cisterne, le quali se leuarai dalle 3. ritrouate, restarà vna cisterna piena.

Et se alcuno dicesse, la cisterna per la cannella di sopra s'empie in 3. hore, & per quella da basso si vota in 8. hore, si risoluerà nel medesimo modo la questione, se dirai; Se in 3. hore s'empie vna cisterna quanta parte se n'impierà in vn'hora; & ritrouarai $\frac{1}{3}$. di cisterna. Di più; Se in 8. hore si vota vna cisterna, quãta parte se ne votarà in vn'hora; & ritrouarai $\frac{1}{8}$. di cisterna. Se adunq, leuarai $\frac{1}{8}$. di $\frac{1}{3}$. restarãno $\frac{5}{24}$. & tanta parte della cisterna s'empierà in vn hora. Dì adunque: Se $\frac{5}{24}$. di cisterna ricercano vn'hora, che tempo ricercarà vna cisterna? & ritrouarai hore $4\frac{4}{5}$. nel qual tẽpo tutta la cisterna s'empierà. Il che così prouarai. Se in 3. hore s'empie 1. cisterna in hore $4\frac{4}{5}$. quãte cisterne s'empieranno? & ritrouarai $1\frac{3}{5}$. Di più: Se in 8. hore si vota vna cisterna, in hore $4\frac{4}{5}$. quante cisterne si votaranno? & ritrouarai $\frac{3}{5}$. che se leuarai $\frac{3}{5}$. da $1\frac{3}{5}$. resterà vna cisterna piena.

For-

Forse più breuemente si spediranno queste medesime questioni, se si cercarà, quanta parte della cisterna s'empie in quelle hore, nelle quali tutta s'empierebbe, se niente ne vscisse. Il che così si farà nella prima questione. Dì Se 6. hore votano vna cisterna, quanta parte ne votaranno in 4. hore? & ritrouerai $\frac{2}{3}$ & se cauarai $\frac{2}{3}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 4. hore, se non ne vscisse niente) restarà $\frac{1}{3}$. di cisterna, che in 4. hore s'empierà. Di adunque di nuouo: Se $\frac{1}{3}$. di cisterna ricerca 4. hore, che ricercerà vna cisterna? & ritrouarai 12. hore, come prima.

*Vn altro modo di spedire questa questione.*

Ma nell'vltima questione, dì: Se 8. hore votano vna cisterna, quanta parte ne votaranno in 3. hore? & ritrouarai $\frac{3}{8}$. & se leuarai $\frac{3}{8}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 3. hore se non n'vscisse niente) restaranno $\frac{5}{8}$. di cisterna, che in 3. hore s'empieranno: Dì adunque di nuouo; Se $\frac{5}{8}$. di cisterna vogliono 3. hore, che vorrà vna cisterna? & ritrouarai hore $4\frac{1}{5}$ come prima.



# REGOLA DI ALLIGATIONE,

## OVERO DI LIGAMENTO

### Cap. XXI.



OGLIONO spesse volte gl'Aritmetici mescolare varie mercantie di varij prezzi di tal sorte, che statuito vn certo prezzo mezzano, se ne comprino miste cõ quello. Il che fanno per vna certa regola, che la dimandano di Alligatione, ouero di Legamento, percioche in essa si legano varie mercantie, in vn certo modo, ad vn prezzo solo, come dalli essempij, che seguiranno, sarà manifesto.

*La regola dell'Alligatione, che cosa sia.*

*Questione 1.*

*La regola dell'Alligatione, e come si faccia.*

1. Sono due sorte di vino. Vna misura del primo costa baiocc. 20 & vna misura del secondo si vede a baiocc. 12. Quãto adũque si dourà pigliare dell'vno, & dell'altro, acciochè vna misura vaglia 15 baioc. Poni vn prezzo sotto l'altro, & alla banda sinistra di quelli metti il prezzo statuito, il qual'è mezzo tra li due dati prezzi. Doppo paragoni l'vno, & l'altro prezzo dato con il prezzo statuito, & la differẽza dell'vno & dell'altro poni alla parte destra delli prezzi, scambieuolmente però, cioè, la differenza del

| Prezzo mezzano. | Prezzi. | Differẽze. |
|---|---|---|
| | 20. | 3. |
| 15. | | |
| | 21. | 5. |
| | | 8. |
| | | Sõma delle Differenze. |

del maggior prezzo appresso al minor prezzo, & la differenza del minor prezzo appresso al maggiore: & queste differenze raccogli in una somma; come nel essempio uedi.

Doppo questo disponi la regola del tre due volte, talmente, che la somma delle differēze tēghi il primo luogo, & vna misura il secondo, & l'vna, & l'altra differēza il terzo, come quì vedi.

8. 1. (3.) (5.) *fanno* ( $\frac{3}{8}$ *del primo.* ( $\frac{5}{8}$ *del secondo.*

Di adunque: Se la somma 8. delle differenze dà 1. misura, che darà ciascheduna differenza 3. & 5? ritrouarai del primo vino douersi pigliare $\frac{3}{8}$. d'vna misura: & del secondo $\frac{5}{8}$. & così farà vna misura da tutte due, che costarà baiocchi 15. Il che così prouarai. Di: Se 1. misura del primo vino vale 20. baiocchi, che valeranno $\frac{3}{8}$? Similmente: Se 1. misura del secondo vino vale 12. baiocchi, che valeranno $\frac{5}{8}$. come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. | 20. | $\frac{3}{8}$. | *fanno* | $7\frac{1}{2}$. |
| 1. | 12. | $\frac{5}{8}$. | *fanno* | $7\frac{1}{2}$. |

Peroche ritrouarai, che li due prezzi fanno 15. baiocchi come si propone.

II. Sono due sorti di argēto nō purgato. La libra del primo uale scudi 30. & la libra dell'altro uale scudi 24. Adunque, accioche 1. libra uaglia scudi 28. quanto argento dell'uno, & dell'altro si dourà pigliare? Fatta l'Alligatione, come nel Questione 2.

| Prezzo mezzano | Prezzi. | Differēze. |
|---|---|---|
| | 30. | 4. |
| | 24. | |
| 28. | | 2. |
| | | 6. |
| | | Sōma delle Differēze. |

la precedente questione. Dì: Se la somma 6. delle differenze di 1. libra, che darà ciascheduna differenza 4. & 2. come quì vedi.

.6. 1. $\{ {4 \atop 2} \}$ *fanno* [$\frac{2}{3}$. *del primo*. [$\frac{1}{3}$. *del secondo*.

Perche in questo modo haverai 1. lib. d'argento, che costarà. 28. scudi. Et per farne la proua, dì: Se 1 libra del primo argēto vale 30. scud. che varrāno $\frac{2}{3}$. di vna libra? Dì più: Se 1. libra del secondo argēto vale 24. scud. che valerà $\frac{1}{3}$. come quì vedi.

1. 30. $\frac{2}{3}$ *fanno* 20.
1. 24. $\frac{1}{3}$ *fanno* 8.

Et così 1. libra costarà 28. scud. come si propone.

*Questione 3.* *Nota che possa esser fatta l'alligatione d'vn medesimo essempio in varij modi.*

III. La libra di pepe vale 4. giulij. La libra di garofoli 3. giulij. La libra di cannella 6. giulij. La libra di zaffarano 18. giulij. La libra di zenzero 8. giulij. Quanto adunque sene dourà pigliare da ciascuna cosa, acciò 1. libra costi 7. giulij? Quando si propongono più cose da alligarse, in varij modi si può fare l'alligatione, pur che ciascheduno almeno vna volta si leghi. Però che può ciascheduna prezzo con vn'altro qual si voglia, ouero con più, esser legato al prezzo mezzano, di modò però, che il detto prezzo statuito sia mezzano tra li due, che si legano à esso: ouero vgual a d'vno di quelli, & in nissuna maniera maggiore, ò minor di tutti due, come sarà chiaro in questo essempio, che dichiararemo cō varie alligationi.

| *Prezzo mezzano.* | *Prezzi.* | | *Differenze.* |
|---|---|---|---|
| | *Pepe.* | 4. | 1. |
| | *Garofoli.* | 3. | 3. |
| 7. | *Cannella.* | 6. | 1. |
| | *Zaffarano.* | 10. | 4. |
| | *Zenzero.* | 8. | 3. 1. |
| | | | 13. |
| | *Sōma delle Differenze.* | | |

Pri-

Prima adunque legaremo li prezzi del pepe, & del zenzero al prezzo mezzano, le differenze delle quali sono 3. & 1. poste scambieuolmente. Doppo li prezzi del garofolo, & del zaffarano le differenze delle quali sono 4. & 3. ancora poste scambieuolmente. Vltimamente, perche riman solo la cannella, legaremo il prezzo di quella con il prezzo del zenzero, per essempio, le differenze delli qualli sono 1. & 1. scritte ancora scābieuolmente. La somma di tutte le differenze e 13. Ma le differenze incontro del zenzero fanno 4. Percioche sempre s'hanno da raccorre in vna somma le più differenze poste incontro d'alcun prezzo medesimo. Dì hora: Se la somma 13. delle differenze da 1. cha darà ciascheduna differenza 1. 3. 1. 4. & 4. come quì vedi.

*Che si debba fare, quando più differenze si pongon e all'incontro del medesimo prezzo.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1? | | $1\frac{1}{13}$. | *di Pepe.* |
| | | 3? | | $1\frac{3}{13}$. | *di Garofoli.* |
| 13. | 1. | 1? | *fanno* | $1\frac{1}{13}$. | *di Cannella.* |
| | | 4? | | $1\frac{4}{13}$. | *di Zaffarano.* |
| | | 4? | | $1\frac{4}{13}$. | *di Zenzero.* |

Imperoche in questo modo hauerai 1. libra di tutte queste cose, che costarà 7. giulij. Et per farne la proua dì: Se 1. libra di pepe vale 4. giulij, che valerà $1\frac{1}{13}$? Di più: Se 1. libra di garofoli vale 3. giulij, che valeranno $1\frac{3}{13}$? Dì più Se 1. libra di cannella vale 6. giulij, che valerà $1\frac{1}{13}$? Dì più: Se 1. libra di zaffarano vale 10. giulij, che valeranno $1\frac{4}{13}$? Di più: Se 1. libra di zenzero vale 8. giulij, che ualerano $1\frac{4}{13}$? come quì uedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | (4.) | ($1\frac{1}{3}$. | | ($1\frac{4}{30}$ *di Pepe.* |
| | (3.) | ($1\frac{5}{30}$ | | ($1\frac{7}{30}$ *di Garofoli.* |
| 1. | (6.) | *che* ($1\frac{1}{7}$. | *fanno* | ($3\,1\frac{6}{30}$ *di Cannella.* |
| | (10.) | ($1\frac{4}{30}$ | | ($2\,1\frac{1}{30}$ *di Zaffaranno.* |
| | (8.) | ($1\frac{4}{30}$ | | ($1\frac{6}{30}$ *di Zenzero.* |

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si propone.

*Vn' altro modo di alligare questa terza questione.*

In un'altro modo si farà l'Alligatione, se li prezzo del pepe. & del zenzero si legarāno al prezzo mezzano: Et così li prezzi del pepe, & del zaffaranno: Dopò li prezzi del garofolo, & del zēzero; & di nuouo li prezzi del garofolo, & del zaffarano; & finalmente li prezzi della canella, & del zaffarāno; & li prezzi della canella, & del zēzero, si come è stato fatto in questo essēpio. Nè in questo essempio è possibile di fare più legamenti: Perche li prezzi del pepe, del garofolo & della canella non possono essere legati tra di loro; essendo, che ciascheduno è minore del prezzo mezzano statuito, & così ciascheduno di quelli solamente due volte può essere legato: Et nelli vltimi due l'vno, & l'altro tre volte: cioè, non ciascheduno delli tre primi: Ma tra di loro non possono esser legati, non essendo il prezzo statuito di 7. giulij, tra di loro mezzano, ò ad vno di loro vguale, ma minore di tutte due. Di adunque; Se la somma 28. delle

| *Prezzo mezzano* | *Prezzi.* | | *Differenze.* |
|---|---|---|---|
| | *Pepe.* | 4. | 1.3. |
| | *Garofoli.* | 3. | 1.3. |
| 7. | *Canella.* | 6. | 3.1. |
| | *Zaffarano.* | 0. | 3.4 1. |
| | *Zenzero.* | 18. | 3.4.1. |
| | | | 28. |
| | *Sōma delle Differenze.* | | |

differenze d'1. libr, che data ciascuna differenza. 4.4.4.8.& 8? come quí vedi.

(4.) ($2\frac{4}{5}$) di Pepe.
(4.) ($2\frac{4}{5}$) di Garofoli.
28. 1. (4.) fanno ($2\frac{4}{5}$) di Cannella.
(8.) ($2\frac{8}{5}$) di Zaffarano.
(8.) ($2\frac{8}{5}$) di Zenzero.

Et così farai 1. lib. di tutte le spetie dette, che costarà 7. giulij. E per prouarlo, di: Se 1. lib. di pepe vale 4. giulij, quanto valeranno $2\frac{4}{5}$? Di più: Se 1. lib. de garofoli vale 3. giulij, quanto valeranno $2\frac{4}{5}$? &c. come tù vedi qui esser stato fatto.

( 4.) ($2\frac{4}{5}$) ($\frac{16}{28}$ di Pepe.
( 3.) ($2\frac{4}{5}$) ($\frac{12}{28}$ di Garofoli.
1. ( 6.) che ($2\frac{4}{5}$) fanno ($1\frac{24}{28}$ di Cannella.
(10.) ($2\frac{8}{5}$) ($2\frac{24}{28}$ di Zaffarano.
( 8.) ($2\frac{8}{5}$) ($2\frac{8}{5}$ di Zenzero.

Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij come si proponeua nella questione. *Vn' altra alligatione di questa Questione.*

Si può ancora fare in vn'altro modo l'alligatione del medesimo essempio, se li prezzi del pepe, & del zaffarano si legaranno, doppo li prezzi del garofolo, & del zenzero, & finalmente li prezzi della cannella, & del zenzero. Come tù puoi vedere questo essempio. Di adunq; Se la somma 13. delle differenze dà 1. libr. che darà ciasc.

| Prezzo mezzano | Prezzi, | | Differenze | |
|---|---|---|---|---|
| | Pepe. | 4. | 3. | |
| | Garofoli. | 3. | 1. | |
| 7. | Cannella. | 6. | 1. | |
| | Zaffarano. | 10. | 3. | |
| | Zenzero. | 8. | 4. | 1. |
| | | | 13. | |
| | Sõma delle Differenze. | | | |

ciascheduna differenza 3.1.1.3.& 5. come qui vedi.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 | | $\frac{3}{13}$ | di Pepe. |
| | | 1 | | $\frac{1}{13}$ | di Garofali. |
| 13. | 1. | 1 | fanno | $\frac{1}{13}$ | di Cannella. |
| | | 3 | | $\frac{3}{13}$ | di Zafferano. |
| | | 5 | | $\frac{5}{13}$ | di Zenzero. |

*Che s'habbia da osservare nelle alligationi di più cose.* Perche così haverai 1. lib. di tutte queste specie per 9. giulij. Il procurarei, come di sopra.

Di maniera, che vedi poter essere fatta in varij modi l'alligatione, se più cose, di due, sono da essere legate insieme, pur che il prezzo di mezzo sia sempre minore del prezzo che si lega, & maggior dell'altro, ouero vguale all'vno, & maggiore, ò minore dell'altro. Ma benche per varie alligatione sempre habbi il proposto peso delle cose, che si mescolano insieme per il prezzo mezzano statuito, non però pigliarai sempre li medesimi pesi delle cose, che si mescolano insieme, come delli proposti essempij è manifesto.

*Questione 4.* IV. La canna di panno rosso vale 4. scudi. La canna di panno verde uale 6. scudi. Et la canna di panno nero uale 10. scudi. Vuole uno di tutti questi panni 80. canne per 480. scudi. Quante adunque di ciascun panno ne pigliarà? In questa sorte di questione è necessario prima cercare il prezzo di una canna mescolata da tutti. Il che così farà nel nostro essempio. Se 80. canne mescolato uagliano 480. scudi, che ualerà 1. canna? & ritrouerai 6. scudi, che è il prezzo di 1. canna, mezzano tra il prezzo del panno di più buon mercato, & il prezzo del panno più caro. Che se in questo modo si ritrouasse un prezzo non mezzano, sarebbe impossibile la questione. Co-

me

me se dicesse alcuno. Vuole uno di tutti li panni detti 80. canne per 300. ouer per 900. scudi faria impossibile la questione. Perche se 80. canne vagliono 300. scudi, valerà una canna scudi $3\frac{3}{4}$. il qual prezzo è minore del prezzo del pāno di più buon mercato. Onde nè del panno più vile può alcuno hauere 80. canne per 300. scudi, non che ne possa hauere di tutt'i pāni 80. canne. Di nuouo: Se 80. canne vagliono 900. scudi, valerà vna canna scud. $11\frac{1}{4}$. il qual prezzo è maggiore del prezzo del panno più caro. Onde con 900. scud. comprarà vno molto più canne di 80. del panno più caro, & perciò molto più ne comprarà, se di tutti ne vorrà pigliare alcune canne. Mà ritorniamo al nostro essempio.

Ritrouato il prezzo mezzano di vna canna, facciasi l'alligatione come di sopra, si come qui è fatto. Prima habbiamo legati li prezzi 4. & 10. al prezzo mezzano 6. Doppo li prezzi 6. & 10. Di adunque: Se la somma 10. delle differenze dà 80. canne, (perche tante ne vuole colui di tutte tre le sorti di panno) che darà ciascuna differenza 4. 4. & 2? come qui è stato fatto.

| Prezzo mezzano | | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|---|
| | Rosso. | 4. | 4. |
| | Verde. | 6. | 4. |
| 6. | Nero. | 10. | 2. |
| | | | 10. |
| | Sõma delle Differenze. | | |

10. 80.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (4?) | | (32. del rosso. |
| 10. 80. | (4?) | fanno | (32. del verde. |
| | (2?) | | (16. del nero. |

Perche così di quelli tre panni si pigliaranno 80. canne per 480. scudi. Il che così prouarai. Se la canna vale 6. scudi, (perche questo prezzo mezzano è stato ritrouato di vna canna mescolata di tre panni) che valeranno 32. canne del pãno rosso: & 32. del verde, & 16. nel nero? come qui vedi.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (32?) | | (192. del rosso. |
| 1 6. | (32.) | fanno | (192. del verde. |
| | (16?) | | ( 96. del nero. |

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 480. scudi.

Che se non hauessimo legato il prezzo del pãno verde, col prezzo del pãno nero, ma col prezzo del panno rosso, si farebbe la seguente alligatione: Ma haueressimo ritrouato altri numeri. Perche haueressimo detto; se la somma 8. delle differenze dà 80. canne, che darà ciascheduna differenza 4. 2. & 2? come qui vedi.

Prezzo mezzano

| Prezzi. | Differenze. | | |
|---|---|---|---|
| Rosso | 4. | 4. | 0. |
| 6. Verde. | 6. | 2. | |
| Nero. | 10. | 2. | |
| | | 8. | |

Somma delle Differenze.

(4?) (40. del rosso.
5. 80. (2?) fanno (20. del verde.
(2?) (20. del nero.

La proua si farà come prima se dirai; Vna canna vale 6. scudi, che valeranno 40. canne del panno rosso, & 20. del verde, & 20. del nero? Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare scudi 480.

V. Sono quattro sorti di vini: Vn boccale del primo vale baiocchi 21. del secodo 27. del terzo 30. & del quarto 40, Vuole vno mescolare 300. boccali di tutti, con questo patto, & conditione che ciaschedun boccale vaglia baiocchi 33. Quanto adunque pigliarà da ciascuno? Qui è necessario di legare li tre primi prezzi con l'vltimo al prezzo mezzano di baiocchi 33. per esser quei tre minori di questo prezzo mezzano, come qui si vede nel dato essempio. Di adunque: Se la somma 42. delle differenze danno 300. boccali, che darà ciascheduna differenza 7. 7. 7. & 21 come qui si vede. Questione 5.

| Prezzo mezzano | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|
| | 21. | 7. |
| | 27. | 7. |
| 33. | 30. | 7. |
| | 40. | 12. 6. 3. |
| | | 42. |
| | | Somma delle Differenze. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 7? | | 50. | del primo. |
| 42. | 300. | 7? | fanno | 50. | del secondo. |
| | | 7? | | 50. | del terzo. |
| | | 21? | | 150. | del quarto. |

Im-

Imperoche così farai 300. boccali, delli quali ciascheduno costarà baiocchi 33. Et per prouarlo, dirai; Se la somma 42. delle differenze d'vn boccale, che darà ciascheduna differenza 7. 7. 7. & 21? come quì vedi.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | ( 7? ) | | ( $\frac{1}{6}$ del primo. |
| | | ( 7? ) | fanno | ( $\frac{1}{6}$ del secondo. |
| 42. | 1. | ( 7? ) | | ( $\frac{1}{6}$ del terzo. |
| | | (21?) | | ( $\frac{1}{2}$ del quarto. |

Et così hauerai vn boccale mescolato di tutte quelle quattro sorti di vino. Di adunque di nuouo: Se vn boccalo del primo vino vale 21. baiocco, che vale $\frac{1}{6}$. di boccale? Et se vn boccale del secondo vino vale vintisette; che valerà $\frac{1}{6}$. Et se vn boccale del terzo vino vale trenta, che valerà $\frac{1}{6}$. Et finalmente se vn boccale del quarto vino vale quaranta, che valerà $\frac{1}{2}$? come quì vedi.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | (21.) | | ($\frac{1}{6}$.) | | (3 $\frac{1}{2}$. del primo. |
| 1. | (27.) | che | ($\frac{1}{6}$.) | fanno | (4 $\frac{1}{2}$. del secondo. |
| | (30.) | | ($\frac{1}{6}$.) | | (5. del terzo. |
| | (40.) | | ($\frac{1}{2}$.) | | (20. del quarto. |

Quali prezzi fanno baiocchi 33. come si propone.

Più breuemente però così si potrà fare la proua. Perche se vn boccale deue valere 33. baiocchi, valeranno 300. boccali 9900. baiocchi. Diremo adunque: Se 300. boccali vagliono 9900. baiocchi, che valeranno 50. boccali del primo vino, & 50. del secondo, & 50. del terzo, & 150. del quarto? come quì vedi.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 300. 9900 | 50l | *fanno* | 1650. *del primo.* |
| | 50l | | 1650. *del secondo.* |
| | 50l | | 1650. *del terzo.* |
| | 150l | | 4650. *del quarto.* |

Percioche ritrouarai tutti li prezzi fare 9900. baiocchi.

VI. VNO con 400. scudi uuol comprare 400. libre di varie spetie, come dire, garofoli, pepe, cannella, zenzero, noci moscate, & zaffarano, delle quali questi sono li prezzi per ordine d'ogni libra: Giulij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Adunque quante libre pigliarà di ciascheduna sorte, per fare, che habbia 400. libre per 400. scudi? Quì come nella quarta questione è stato detto, s'hà da ritrouare il prezzo mezzano di vna libra, al quale si deue fare l'aligatione, in questo modo, Se 400. libre vagliono 400. scudi, che valerà una libra, & ritrouarai vno scudo, cioè, dieci giulij. Ma perche come hauemo detto, si possono fare varie alligationi, legaremo prima li garofoli co'l zézero, & zaffarano. Doppo il pepe cō le noci moscate, & zaffarano. Vltimamēte la cannella cō le noci moscate, cōe tù vedi essere fatto qui. Doppo *Questione 6.*

| Prezzo mezzano | *Prezzi.* | | *differenze.* |
|---|---|---|---|
| | *Garofoli.* | 6. | 1. 6. |
| | *Pepe.* | 7. | 2. 6. |
| | *Cannella.* | 9. | 2. |
| 10. | *Zenzero.* | 11. | 4. |
| | *Noci moscate.* | 12. | 3. 1. |
| | *Zaffarano.* | 16. | 4. 3. |
| | | | 32. |
| | *Somma delle Differenze.* | | |

po

po diremo: Se la somma trentadue delle differenze da 400. libre, che dara ciascuna differenza 7.8.2.4.4.& 7? come qui vedi.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 32. 400. | 7? 8? 2? 4? 4? 7? | fanno | 87½. | di Garofoli. |
| | | | 100. | di Pepe. |
| | | | 25. | di Cannella. |
| | | | 50. | di Zenzero. |
| | | | 50. | di Noci moscate. |
| | | | 87½. | di Zaffarano. |

Imperoche ritrouerai 400. libre, che valeranno 400. scudi, & ciascheduna libra costarà 10. giulij. Il che prouarai, come nella precedente questione è stato detto.

Si possono fare in questa questione molte altre Diuerse alligationi, come in questi quattro essempij qui posti si vede.

| Prezzo mezzano | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|
| | 6. | 1.2.6. |
| | 7. | 1.2.6. |
| 10. | 9. | 1.2.6. |
| | 11. | 4.3.1. |
| | 12. | 4.3.1. |
| | 16. | 4.3.1. |
| | | 51. |
| | | Somma delle differenze. |

| Prezzo mezzano | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|
| | 6. | 1. |
| | 7. | 2. |
| 10. | 9. | 6. |
| | 11. | 4 |
| | 12. | 3. |
| | 16. | 1. |
| | | 71. |
| | | Somma delle differenze. |

Per.

| Prezzi | Differenze |
| --- | --- |
| 6. | 6. |
| 7. | 2. |
| 9. | 1. |
| 11. | 1. |
| 12. | 3. |
| 16. | 4. |
| Prezzo mezzano 10. | Sõma delle Differẽze. 17. |

| Prezzi | Differenze |
| --- | --- |
| 6. | 2. |
| 7. | 1. |
| 9. | 6. |
| 11. | 3. |
| 12. | 4. |
| 16. | 1. |
| Prezzo mezzano 10. | Somma delle Differenze. 17. |

Perche nel primo ciascheduno delli tre primi prezzi è legato con tutti li tre vltimi. Et nel secondo, il primo con il quarto, & il secondo con il quinto, & il terzo con il sesto. Doppo nel terzo, il primo con il sesto, & il secondo con il quinto, & il terzo con il quarto. Nel quarto finalmente, il primo con il quinto, & il secondo con il quarto, & il terzo con il sesto. Et così in simili questioni possono esser fatte più alligationi tra di loro diuerse.

VII. VNO vuole vna statua d'argento di 300. lib. & gli offeriscono due sorti d'argento. La libra del primo vale 30. scudi, del secondo 20. li quali così tra di loro vuole mescolare, che 1. libra costi 24. scudi. Quanto adunque pigliarà di ciascheduno argento, accioch'habbia 300. libre, ogn'vna delle quali costi 24.

| Prezzi | Differenze |
| --- | --- |
| 30. | 4. |
| Prezzo mezzano 24. | |
| 20. | 6. |
| | Sõma delle Differẽze. 10. |

scu-

scudi. Così starà l'alligatione, come quì vedi. Dì adunque: Se la somma 10. delle differenze da 300. lib. che darà ciascheduna differenza 4. & 6? come quì vedi.

10. 300. (4?) (6?) fanno ( 120. *del primo Argento*. ( 180. *del secondo Argento*.

Perche così ritrouarai 300. libre di argento, delle quali ciascheduna vale 24. scudi. Il che prouerai, come nella questione 5. è stato detto.

---

# REGOLA DEL FALSO
## DI SEMPLICE POSITIONE.
### *Cap. XXII.*

*La regola del falso perche così fu detta.*



RA l'altre regole dell'Aritmetica nõ tiene l'vltimo luogo la regola del falso, che così si chiama, non perche c'insegni il falso, ma perche dal falso posto, & imaginato da noi ci mostri à cauare il vero: Il che fà, ponendo qual si voglia numero, che pare di douer sodisfare alla questione proposta, ancorche veramente non sodisfaccia. Et è questa regola di due sorti. Perche l'vna si chiama di semplice positione, nella quale si fa vna positione solamente di vn numero, che si crede douer sodisfare alla questione: & l'altra domanda di doppia positione, cioè nella quale si fanno due positione di duei numeri, delli quali l'vno, & l'altro si pensa, che debba sodisfare alla questione.

*La regola del falso è di due sorti.*

Ma tra queste due regole è gran differenza. Pero-

Peroche tutto quello, che si scioglie per la prima, si può sciorre anco per la seconda, ma non all'incontro. Perche infinite quasi questioni si risoluono per la seconda, che a niun modo si possono districare per la prima. Imperoche sotto la prima si cõtengono solamente quelle questioni, nelle quali s'esprimono tali patti, ouero numeri, che hãno la medema proportione nei numeri piccoli, che nei grandi. Quali sono $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{3}{4}$. &c. di più il numeri dupli, tripli, quadrupli, &c. Si che assai sarebbe, se si esplicasse solamente la seconda regola. Ma perche per la prima moltissime questioni si sciogliono molto più breuemente, che per la seconda, trateremo breuemente dell'vna, & dell'altra, commciando dalla prima, come più facile. *La differenza ch'è tra le due regole del falso. Nota.*

PROPOSTA adunque qual si voglia questione da sciorsi per la regola del falso di vna semplice positione, pongasi qual si voglia num. che si creda sia per sodisfare alla questione; & questo s'essamini secondo li tenore della questione. Imperoche se ogni cosa s'accordarà, il num. posto sarà quello, che si cerca. Ma se la cosa starà altrimente sarà stata falsa la positione del numero da noi imaginato. per il che da questo falso s'hauerà da cauare il vero con l'aiuto della regola del tre, si come nelli essempij si esplicarà. *La regola del falso di semplice.*

I. TRE si accordano di voler comprare vna casa per 2700. scudi. Il secondo vuol dare il doppio più del primo, & il terzo tre volte più del secondo. Quanto adunque ciascheduno spenderà? In questa questione niente altro si cerca, se non che il num. 2700. si partisca in tre parti, con questa conditione, che la secõda sia doppia della pri- *Questione I.*

ma,& la terza tripla della seconda. Poni adunque, che il primo paghi quanti scudi ti pare cioè, scudi 6. Adunque secondo il tenore della questione, il secondo darà 12. cioè, il doppio del primo, & il 3. darà 36. cioè, il triplo del secondo. Ma tutti questi tre numeri fanno 54. scudi, douendo secondo la questione fare 2700. Di adunque: Se 54. prouennero dalla falsa positione di 6. scudi del primo, da qual vero ponimento proueranno 2700? & ritrouarai il primo hauere dato 300. scudi, & perciò il secondo 600. & il terzo 1800. i quali tre numeri tutti fanno 2700.

Si potrebbe ancora ritrouare li denari del secondo, & del terzo dal ponimento dell'vno & dell'altro dicendo così. Se 54. vengono dalla falsa positione di 12. scudi del secondo, & della falsa positione di 36. scudi del terzo, da che verranno 2700? Imperoche si ritrouarebbe li denari del secōdo essere scudi 600. & del terzo 1800. Ma è più espediēte, che si cerchi per la regola del tre, li denari d'vno solamente. Perche da questi con facilità si ritrouaranno li denari degli altri, secondo il tenore della questione.

Li medesimi numeri à punto haueresti ritrouato, se per il primo hauessi posto vn'altro num. che 6. & perciò per il secondo vn'altro, che 12. & per il terzo vn'altro, che 36.

Questione 2. II. Domandato vno quanti denari hauesse in cassa, rispose di non saperlo; ma questo di certo hauere inteso dal suo fattore che $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. del suo denaro facino à punto 4700. scudi. Quanti denari adunque ne hà hauuto costui? Qui si cerca vn numer. del quale $\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. insieme faccino

4700.

4700. Poni adunque colui hauere 60. scudi. (Et per fuggire li numeri rotti più che si può, sempre si deue porre vn numero, che contenga li rotti espressi nella questione, come nel cap. 10. habbiamo insegnato; quale quì è il 60.) del quale $\frac{1}{3}$. è 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{5}$. 12. quali parti tutte fanno 47. douendo secondo la questione fare 4700. Di adunq; Se 47. prouennero da 60. il qual num. falsamente hauemo posto, da qual verranno 4700? & ritrouaremo, che da 6000. & tanti scud. haueua nella cassa. Perche $\frac{1}{3}$. contiene 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200. quali parti tutte fanno 4700.

III. Domandato vn maestro di scola, quanti scolari haueua, rispose, se io ne hauesse di più vna volta tanti quanti ne hò, & se ne aggiongesse $\frac{1}{2}$. di essi, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di più 1. ne hauerei 112. Adunq; quanti scolari haueua? Questa questione così proposta non si può districare per questa regola, per amor che l'vnità, della quale nell'vltimo luogo si fà mentione, non può hauere la medesima proportione con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & con il doppio d'vn num. picciolo, che hà con le medesime parti, & co'l doppio d'vn num. grande. Ma se si leuarà 1. dal num. 112. che nella questione si deue produrre, all'hora si sciorrà la questione proposta. Perche all'hora non si cerca altro, che vn num. il quale due volte preso insieme con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso facci 111. Perche se alla fine s'aggiongerà 1. si farà 112. Poni adunque colui hauer hauuto 12. scolari. Se adunque s'aggiongerãno altretãti scolari, n'hauerà 24. Et se di nuouo s'aggiongerà $\frac{1}{2}$. di loro, cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. ne hauerà 37. Ma doueuano essere 111. acciochè Questione 3.

aggiontoli 1. ne hauesse 111. Di adunque: Se 37. vennero da 12. da che verranno 121? Et ritrouarai quello hauer hauuto 36. scolari. Perche se s'aggionge altretanti, ne hauerà 72. alli quali se s'aggiongerà $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}$. cioè 18. 12. & 9. si faranno 111. aggiontogli finalmente 1. si faranno 112.

Questione 4. VI. VNO ha compro vn cauallo, vn giardino, vna casa per 5000. scudi con questo patto, che'l giardino li costi quattro volte più che'l cauallo, & la casa cinque volte più che'l giardino. Quanto adunque comprò il cauallo, & quanto il giardino, & quanto la casa? Quì si cerca, che'l num. dato 5000. si diuida in tre parti in tal modo, che la secōda sia quadrupla della prima, & la terza quintupla della seconda. Et è questa questione simile alla prima. Poni adunque il cauallo valere scudi 30. Il che posto, valerà il giardino 120. scudi, & la casa 600. li quali num. tutti fanno 750. Ma douerebbobo fare 5000. Dì adunque. Se 750. prouennero da 30. da che verranno 5000? Et ritrouarai 200. & tanti scudi fù compro il cauallo, & perciò il giardino costò scudi 800. & la casa 4000. li quali numeri tutti fanno 5000. scudi.

Questione 5. V. VNO andando da Venetia in Gierusaleme per visitare il Santo Sepolcro, spese nel viaggio $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. delli suoi denari; ma ritornato à casa, ritrouò esserli auanzati scudi 36. Quanti denari adunque portò seco colui? Quì si cerca vn num. del quale se si leuano $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. restino 36. poni colui hauer hauuto scudi 300. dal qual num. se tù ne leui $\frac{2}{3}$. cioè 200. & $\frac{1}{5}$. come dire, 60. ne restano 40. & ne doueuano restare solamente. 36. Dì adunque: Se

40. vennero da 300. da che verranno 36? & ritrouarai 270. & tanti scudi hebbe. Perche leuati $\frac{2}{3}$. cioè 180. & $\frac{1}{5}$ come dire 54. ne restano 36.

CHE se alle uolte auuerrà, che le parti espresse nella questione eccedino l'vnità, & che perciò non si possiuo sottrarre dal numero posto, sarà la questione impossibile. Come se dicesse alcuno; Dammi vn numero, che cauandosene da quello $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. rimanghino 36. sarà la questione impossibile. Perche $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. eccedono l'vnità, & per questo non si possono cauare dal numero 300. da noi posto. Perche $\frac{2}{3}$. sono 200. & $\frac{3}{5}$. sono 180. le quali parti insieme fanno 380. il quale non si può leuare da 300.

VI. CERCHISI vn numero, del quale $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.$ & $\frac{1}{6}$. faccino 522. Poni quel numero essere 6. del quale $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.$ & $\frac{1}{6}$. cioè 30. 20. 15. 12. & 10. fanno 87. Et noi vogliamo 522. Dì adunque. Se 87. vennero da 60, da che veranno 522? & ritrouarai 360. perche $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.$ & $\frac{1}{6}$. di questo numero 360. sono 180. 120. 90. 72. & 60. che fanno 522. Questione 6.

VII. Vno ad vn'altro, che gli domandaua, quanti denari hauesse, rispose, di auer tanti scudi che se à quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di più 100. scudi, sarebbono 300. scudi. Adunque quanti denari hebbe? Acciòche questa questione si risolua per questa regola, s'hanno prima da leuare li 100. scudi dalli 300 si come hauemo detto nella 3. questione, & ricercare vn num. che aggiongendosegli $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso si faccino 200. cioè il num. che resta doppo d'hauer cauati 100 dal 300. Percioche all'hora aggiontoli 100. si fa- Questione 7.

si faranno 300. come si propone nella questione. Poni adunque quel num. essere 24. del quale $\frac{1}{2}$. è 12. & $\frac{1}{3}$. 8. & $\frac{1}{4}$. 6. le quali parti tutte aggionte, à 24. fanno 50. Et noi vogliamo, che faccino 200. Dì adunque: Se 50. nacquero da 24. da che risultaranno 200? Et ritrouarai 96. & tanta fù la somma delli scudi. Perche $\frac{1}{2}$. contiene 48. & $\frac{1}{3}$. 32. & $\frac{1}{4}$. 24. li quali numeri tutti fanno 104. & aggiõti a 96. fanno 200. al qual numero se finalmente li s'aggiongeranno 100. si faranno 300.

*Questione 8.* VIII. VNO volendo macinare 500. rubbij di grano, andò da vn molinaro, che haueua 5. macine, la prima delle quali per hora maccina 7. rubij, la secõda 5. la terza 4. la quarta 3. la quinta 1. In quanto tempo adunque tutto il grano si macinarà, adoprandosi tutte le maccine, & quanto grano se ne deue porre sopra ciascheduna macina? poni in 4. hore, Il che posto, la prima mola macinarà 28. rubij, la seconda 20. la terza 16. la quarta 12. & la quinta 4. li quali rubij tutti fanno 80. Ma come dice la questione, denono essere 500. Dì adunque: Se 80. rubij nacquero da 4. hore, da quante hore risulteranno 500. rubbi? & ritrouarai 25. hore. Perche in tante hore la prima mola macinarà 175. rubij, la seconda 125. la terza 100. la quarta 75. la quinta 25. li quali in tutto sono 500. rubij. Et tanti rubij s'hãno da mettere in ciascheduna mola, quanti rubij essa macina in 25. hore.

*Questione 9.* IX. Vno essendo andato à vna certa fiera, hà guadagnato con li denari, che portò seco, tanto, che il guadagno insieme cõ li denari che portò, fù tre volte più delli denari portati seco. Et dopò

pò con questi denari in altre fiere ha guadagnato tanti denari, che il guadagno insieme con li denari portati a queste altre fiere, fù cinque volte più di questi denari. Finalmente con questi denari in altre fiere ha guadagnato tanto, che il guadagno insieme con li denari, che vltimamente haueua, fù quattro volte più di questi denari? & ritrouò dopò, che haueua 40000. scudi. Quãti denari adunque portò alla prima fiera? In questa questione si cerca vn num. che moltiplicato per 3. & il num. prodotto per 5. & questo num. prodotto per 4. facci 40000. Poni quel numero essere 10. il quale se lo moltiplicarai per 3. farai 30. per il guadagno insieme co'l denaro nelle prime fiere. Et se moltiplicarai 30. per 5. farai 150. per il guadagno insieme co'l denaro nelle seconde fiere. Et se finalmente moltiplicarai 150. per 4. farai 600. per il guadagno insieme con il danaro nelle terze fiere. Ma noi habbiamo detto colui hauer trouato nelle terze fiere 40000. scudi. Dì adunque: Se 600. nacquero da 10. da che verãno 40000? & ritrouarai 666. $\frac{2}{3}$. & tãti scud. portò seco colui alle prime fiere, perche se moltiplicaremo 666. $\frac{2}{3}$. per 3. faremo 2000. il guadagno, & dennaro nelle prime fiere. Doppo se moltiplicaremo 2000. per 5. produrremo 10000. per il guadagno, & denaro nelle seconde fiere. Et finalmẽte se moltiplicaremo 10000. per 4. produremo 40000. per il guadagno, & denaro nelle terze fiere.

X. Cerchisi vn num. che moltiplicandolo per 4. & il num. prodotto per 3. & questo num. prodotto per 6. & à questo num. prodotto aggiõgẽ- Questione 10.

do 10. si faccia 800. Questa questione per questa regola nō si può sciorre, se prima nō si leua 10. dal 800. per la ragione detta nella terza questione. Caui adunq; 10. dal 800. & rimarrà 790. & questo n. è quello, che s'ha da produrre dalle moltiplicationi espresse nella questione. Perche se a quello si aggiongerà 10. si farà il n. 800. Poni il nu. che si cerca, essere 10. Il quale se lo moltiplicarai per 4. farai 40. il qual nu. moltiplicato per 3. farà 120. Finalmente questo n. moltiplicato per 6. produrrà 720. Ma doueua produrre 790. Dì adunque: Se 720. nacquero da 10. da che si produrranno 790? & ritrouarai 10. $\frac{35}{36}$. & questo è il numero, che si cerca. Perche se moltiplicarai 10 $\frac{35}{36}$. per 4. farai 43 $\frac{8}{9}$. il qual num. di nuouo moltiplicato per 3. farà 131. $\frac{2}{3}$. il quale finalmente moltiplicati per 6. produrrai 790. & aggiontoli 10. hauerai 800.

*Questione. 11.* XI. Vn vecchio ad vno, che li demandaua della sua età, rispose: di hauere tanti anni che se a quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli che ha, & dalla somma si leuasse $\frac{1}{4}$. di quella, ne hauerebbe 99. anni. Quanti anni adunque hebbe? Qui s'ha da ritrouare vn num. al quale se si aggiongerà $\frac{1}{2}$. di quello, & della somma si cauarà $\frac{1}{4}$. della medesima somma, ne auanzi il nu. 99. poni colui hauere hauuto 80. anni. Se adunque si aggiongerà $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 40. anni, si faranno 120. dalli quali se si leuarà $\frac{1}{4}$. cioè 30. auanzaranno 90. Ma si dice, douere auanzare 99. Dì adunq: Se 90. nacquero da 80. da che nasceranno 99. & ritrouarai 88. & tanti anni hebbe quel vecchio, perche se a quelli aggiongerai $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 44. farai 132. dalli quali se ne leuarai $\frac{1}{4}$. cioè 33. ne rimarrano 99.

XII.

XII. Apparisce la sommità d'vna torre di 24. palmi, & dice vno, che $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$. della medesima torre, sono coperti dalli edificij, che li stanno attorno. Adunque quanta è l'altezza di tutta la torre? Quì s'ha da cercare vn numero, che se da quello se ne leui $\frac{1}{3}$ & di più $\frac{2}{5}$. restino 24. poni quel numero essere 30. dal quale se leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 10. & $\frac{2}{5}$. cioè 12. restano 8. Ma noi vogliamo, che rimanghino 24. Dì adunque: Se 8. nascono da 30. da che nasceranno 24? & ritrouarai 90. & tanta è l'altezza della torre. perche se leuarai $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$. cioè 30. & 36. rimarranno 24. Questione 12.

XIII. E vn'hasta, della quale $\frac{1}{3}$. è bianco, & $\frac{1}{5}$ è nero, & $\frac{2}{9}$. sono di colore azurro, & ne auanzano 12. palmi rossi. Quanta è adunque la longhezza di quell'hasta? Quì ancora s'ha da cercare vn numero, che se da quello si leuarà $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{2}{9}$. quello che auanza, sia 12. poni quel numer. essere 45. dal quale se leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 15. & $\frac{1}{5}$. cioè 9. & $\frac{2}{9}$. cioè 10. ne rimangono 11. Ma ne doueuano restare 12. Dì adunque: Se 11. nacquero da 45. da che riusciranno 12? & ritrouarai 49. $\frac{1}{11}$. & di tanti palmi è la longhezza di quell'hasta, perche $\frac{1}{3}$ di quella contiene palmi 16. $\frac{4}{11}$. ma $\frac{1}{5}$. contiene 9 $\frac{9}{11}$. & $\frac{2}{9}$. sono palmi 10 $\frac{10}{11}$. li quali numeri tutti leuati dalla longhezza dell'hasta di palmi 49. $\frac{1}{11}$. rimangono 12. palmi. Questione 13.

XIV. Vno per 30. braccia di panno bianco, & 40. braccia di panno nero spese scudi 600. & costò ogni braccio di panno nero il doppio più di ciascun braccio di panno bianco. Quãto adunque costò vn braccio di panno bianco, & quanto vn braccio di panno nero? poni vn braccio di panno Questione 14.

bian-

bianco essere costato 4. scudi, & perche il prezzo d'vn braccio di panno nero è doppio, maggiore, è necessario, vn braccio di panno nero essere costato scudi 8. Dalche segue, che 30. braccia di panno bianco costano 120. scudi & 40. braccia di panno nero vagliano scudi 320. li quali scudi tutti fanno scudi 440. Ma noi hauemo detto, che ha speso scudi 660. Di adunque: Se 440. nacquero da 4. da che nasceranno 660? & ritrouarai 6. scudi per il prezzo d'vn braccio di panno bianco, & perciò scudi 12. per il prezzo d'vn braccio di panno nero. Perche in questo modo 30. braccia di panno bianco costorno scudi 180. & 40. braccia di panno nero valeranno scudi 480. li quali scudi tutti fanno scudi 660.

# REGOLA DEL FALSO
## DI DOPPIA POSITIONE.

### Cap. XXIII.

*La regola del falso di doppia positione, come si faccia.*



PRopostasi qual si voglia questione da districarsi per la regola del falso di doppia positione, pongasi qual si voglia num. ò piccolo, ò grande, il quale si essamini secondo il tenore della questione. Perche se sarà conforme à quello, che si cerca, sarà sciolta la questione; ma se non, si notarà l'eccesso, ouero il difetto, cioè, quello, in che dal vero ci discostiamo, insieme con la lettera P. ouero M. del-

delle quali que'la significa Più, & questo Meno, secondo, che l'errore auanza il vero, ò manca da quello. Doppo pongasi di nuouo qualche altro numero, ò maggiore, ò minore del primo, il quale si essamini nel medesimo modo, &c. Perche da questa doppia positione, & doppio errore, si cauarà il vero, che si cerca, in questo modo.

*Quãdo l'una, & l'altra positione eccede la verità ò da quella mãcasi far la sottrattione d'un errore dal l'altro &c.*

SE nell'vna, & l'altra positione l'errore è fatto per eccesso, ò per mancamento, sottraggasi il minore errore del maggiore, & il num. che resta, si serbi per il partitore. Doppo il num. posto la prima volta si moltiplichi per il secondo errore, & il numero la seconda volta, posto si moltiplichi per il primo errore & il minor num. prodotto si caui dal maggiore. Perche se il numero, che resta, si diuidera per il partitore già ritrouato, cioè, per la differenza delli errori, ci darà il Quotiente il numero desiderato, che sodisfarà alla questione proposta.

*Quando vna positione eccede, & l'altra mãca dalla verità, si sommano insieme li errori, etc.*

Ma se nell'vna positione si sarà errato per eccesso, & nell'altra per diffetto, s'haueranno da raccorre li due errori in vna somma per fare il partitore. Et similmente s'haueranno da raccorre in vna somma quelli due numeri, che dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori, come è stato detto, si produrranno, per fare il numero, che s'ha da diuidere, &c. Il che si farà chiaro, & manifesto dalle questioni.

*Questione 1.*

I. CERCHISI vn numero, che cauandosi dalla meta sua il $\frac{1}{3}$. & il $\frac{1}{4}$. rimanghino 300. pongasi il numero 24. cioè, che habbia la parte $\frac{1}{2}$. espressa nella questione, & che $\frac{1}{2}$. di quello contenga, l'altre parti espresse cioè $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. acciò si schifino

li

li rotti il più che sia possibile. Il qual num. facilmente si ritrouarà, se si farà vn numero, che habbia l'vltimi rotti, & quello poi si raddoppiarà. Suolsi questo num. la prima volta pigliato, porre dalla banda sinistra nella superior parte d' vna croce a questo effetto costrutta, & l'errore nella parte inferiore dalla medesima banda sinistra: & finalmente la lettera p. ouero M. secondo, che quello errore ha superato il vero, ò da quello mancato in mezzo della medesima parte sinistra. Non altrimente il numero la seconda volta posto con l'errore, & la lettera p. ouero M. si suole collocare dalla parte destra della medesima croce, come vedi esser fatto nel nostro essempio.

| | | |
|---|---|---|
| 24. | X | 96. |
| M | | M |
| 295. | | 280. |
| | 15. | |

*il partitore.*

Questo num. proposto 24. così si essaminarà secondo il tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 12. dal qual numero s'ha da sottrarre $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Il $\frac{1}{3}$. del numero 12. è 4. $\frac{1}{4}$. è 3. li quali numeri leuati dal 12. ne restano 5. Ma doueuano restare 300. Hauemo adunque errato dalla verità, per mancamento di 295. vnità; & però questo errore s'ha da notare con la lettera M.

PONGASI la seconda volta il num. 96. il quale così si essaminarà secondo il tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$. di quello 48. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 48. sono 16. & 12. che cauati da 48. lasciano 20. ma doueuano lasciare 300. Adunque habbia-

biamo di nuouo mancato dalla verità in 280. unità; & perciò questo errore s'ha da notare ancora con la lettera M.

HORA perche nell'vno, & l' altro ponimento hauemo mancato dalla verità, sottrarremo il minor errore dal maggiore, & rimarrà il partitore 15. che scriueremo nella parte inferiore della croce. Doppo moltiplicaremo il num. 24. posto la prima volta per 280. cioè, per il secondo errore, & il num. 96. la seconda volta posto per 295. cioè, per il primo errore, & la sottrarremo il minor numero prodotto 6720. dal maggiore 28320. & restarà il num. 21600. che s'ha da partire. Perche questo numero diuiso per il partitore 15. ritrouato, darà il Quotiente 1440. che è il numero desiderato. Perche $\frac{1}{2}$. di esso 720. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 720. sono 240. & 180. li quali numeri cauati da 720. lasciano 300. come nella questione si proponeua.

Ma sciogliamo questa medesima questione per due altri num. che eccedono la verità, & doppo per altri, delli quali l'vno ecceda la verità, & l' altro da quella manchi. Pongasi adunque la prima volta il numero 4800. del quale $\frac{1}{2}$. è 2400. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numer. 2400. sono 800. & 600. li quali numeri cauati da 2400. lasciano 1000. ma doueuano lasciare 300. solamente. Adunque habbiamo eccceduto la verità in 700. vnità; & perciò scriueremo questo [illegible] il partitore

| 4800. | | 2400. |
|---|---|---|
| p | X | p |
| 700. | | 200. |
| | 500. | |

croce.

ro-

rore, insieme con la lettera p. nella parte sinistra della croce. Pongasi la seconda volta il numero 2400. del quale il . è 1200. & di questo il $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sono 400. & 300. li quali numeri leuati da 1200. ne rimangono 500. Ma doueuano solamente restare 300. Adunq; di nuouo habbiamo ecceduto la verità in 200. vnità. Il quale errore notaremo similmente con la lettera p. Hora sottratò il minore errore dal maggiore, resterà il partitore 500. & fatta la moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce, come è stato detto: & sottratto il minor numero prodotto 960000. dal maggiore 1680000. restarà il num. 720000. che s'ha da diuidere. Il quale partito per 500. darà il Quotiente 1440. come prima.

Di nuouo poniamo la prima volta il num. 2400. il quale essaminato secondo la questione proposta, trouaremo l'eccesso 200. il qual'errore si douerà scriuere con la lettera p. Poniamo la seconda volta il numero 96. il quale essaminato al medesimo

| | | |
|---|---|---|
| 2400. | X | 96. |
| p | | M |
| 200. | | 280. |
| | 480. | |

*il partitore.*

modo, ritrouaremo il diffetto 280. che s'hà da scriuere con la lettera M. Et perche in vna positione habbiamo ecceduto la verità, & nell'altra mancato dal vero, s'haueranno d'aggiongere insieme li errori, acciò si componga il partitore 480. Similmente s'haueranno da raccorre in vna somma li due numeri prodotti dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce,

croce,

croce, cioè 672000. & 19200. acciò si faccia il numero, che s'hà da diuidere, 69200. perche partito questo numero 69200. & 480. si farà il Quotiente 1440. come prima.

II. ALESANDRO Magno in vn ragionamento familiare, che hebbe vn giorno con Calisthene Filosofo, occorrendogli a caso come accade far mentione dell'età, gli parlò in questo modo. Io hò due anni più di Efestione, ma Clito ha l'età di amendue noi, & quattro anni di più; Et così fra tutti tre habbiamo 96. anni, quanti apunto dicono, che visse tuo padre. Quanti anni haueua adunque all'hora Alessandro. Efestione, & Clito? Qui vedi il numero 96. douersi diuidere in tre parti, in tal modo però, che la prima auanzi la seconda di due vnità, & la terza auanzi la prima, & la seconda gionte insieme di quattro vnità, ouero douersi trouare tre numeri, il primo de' quali auanzi il secondo in due vnità, & il terzo ecceda li primi due sommati insieme in quattro vnità, & che tutti tre insieme, faccino 96. poni adunque, che Alessandro hauesse 20. anni, & perciò Efestione 18. & Clito 42. peroche così l'età d'Alessandro viene a superare l'età d'Efestione di 2. anni, & Clito hauerà l'età di tutti due, cioè 38. anni, & di più 4. anni, come si propone nel quesito. Ma *Questione 2.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10. | | | 30. |
| 28. | | | 28. |
| 42. | M | X p | 62. |
| 80. | | | 120. |
| 16. | | | 24. |

40.
*il partitore.*

perche questi numeri 20. 8. & 42. fanno solamente 80. douendo fare 96. ne segue, che habbiamo mancato dal vero in 16. vnità. Poni adunque di nuouo, che gl'anni d'Alessandro fussero 30. & perciò quelli d'Efestione, 28. & quelli di Clito, 62 quali tutti insieme fanno 120. Ma douerebbono fare solamente 96. Habbiamo adunque ecceduto la verità in 24. vnità. Hora aggionti insieme i numeri de gl'errori, atteso, che l'vno ha mancato dal vero, & l'altro ha ecceduto il vero: si farà per il partitore il numero 40. Di più fatta la moltiplicatione di 30. per 24. & di 30. per 16. & li prodotti. 480. & 480. sommati insieme si faranno 960. che partiti per 40. si verrà a fare il Quotiente 24. & tanti sono gl'anni, che haueua all'hora Alessandro Magno, & perciò secondo il tenore della questione, quelli di Efestione furono 22. & di Clito 50. che tutti insieme fanno 96. anni.

Questione 3. III. TRE hanno vna certa quantità di denari, cioè 44. scudi. Il secondo ne ha due volte più, del primo, & di più 4. scudi, ma il terzo ne ha tanti, quanti il primo & il secondo insieme & di più 6. scudi. Quanti adunque ne ha ciascuno? Qui vedi il numero 44, douersi distribuire in tre parti, di modo tale, che la seconda sia doppia della prima & contenga di più 4. ma la terza sia vguale alla prima, & seconda insieme, & contenga 6. di più. Ouero douersi cercare tre numeri, delli quali il secondo contenga il primo due volte, & di più 4. ma il terzo contenga il primo, & secondo insieme vna volta, & di più 6. poni adunque il primo hauere 10. il che posto, hauerà il secondo 24. cioè, il doppio del primo, & di più 4. ma il ter-

zo hauerà 40. cioè tanto quanto il primo, & secondo insieme,& 6.di più;li quali tre num.fanno 74. Ma douerebbono fare solamente 44.Adunq; si è trapassato la verità in 30. vnità. Poni di nuouo il primo hauere 6. Adunq; haurà il secondo 16.& il terzo 28. li quali tre num. fanno 50. Ma doueriano fare solamē-te 44. Adunque si è di nuouo ecceduta la verità in 6. vnità. Hora fatta la sottrattione del minore errore dal maggiore, poiche

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10. | | | | 6. |
| 24. | | X | | 16. |
| 40. | P | | P | 28. |
| — | | | | — |
| 74. | | | | 50. |
| 30. | | | | 6. |
| | | 24. | | |
| | | *il partitore*. | | |

l'vno, & l'altro errore ha ecceduto la verità, rimarrà il partitore 24.Fatta di più la moltiplicatione di 10. per 6.& di 6. per 30.& sottratto quel prodotto 60. questo 180. restarà il num.120.che s'ha partire il quale partito per 24.si farà il Quotiente 5. Tanto adunque ha il primo,& perciò il secondo 14.& il terzo 25. li quali tre numeri in vna somma raccolti fanno 44.

Se si moltiplicassero li numeri, che habbiamo posti, hauere il secondo, & il terzo, per li medesimi errori,&c. si ritrouariano li numeri,che vanno veramente il secondo, & il terzo. Come da 24. per 6. si fanno 144.& da 16. per 30. si fanno 480.ma sottratto quel numero da questo,restano 336. Il qual numero partito per il partitore 24. ritrouato, si farà il Quotiente 14. per il numero del secondo. Di più, da 40. per 6.si fanno 240.

& di 28. per 30. si fanno 840. ma sottratto quel numero da questo, restarà il numero 600. il quale partito per il partitore 24. si farà il Quotiente 25. per il numero del terzo. Ma meglio è, che ritrouato il numero del primo, si cerchino gl'altri secondo il tenore della questione, cioè, in quel modo, che l'vno, & l'altro numero falsamente posto è stato essaminato. Alcuna volta nondimeno tornarà più commodo ritrouare gl'altri num. in quel modo, che il primo è stato ricercato, come sarà manifesto nella 6. questione.

Questione 4. IV. Si cerchino 3. numeri, che faccino 60. ma il secondo contenga il primo due volte, & di più 4. & il terzo contenga il primo, & il secondo, & di più 6. Questa questione è simile in tutto alla antecedente. Poni il primo numero essere 6. & perciò il secondo 16. il terzo 28. li quali tre numeri fanno 50. Ma doueuano fare 60. Adunque si è fatto errore per difetto in 10. Poni di nuouo il primo numero essere 8. & perciò il secondo 20. & il terzo 34. li quali tre numeri fanno 62. Ma doueriano fare 60. Adunque hauemo trapassato il vero in 2. Fà come la regola commanda, & ritrouarai il primo numero essere $7\frac{2}{3}$. & conseguentemente il secondo $19\frac{1}{3}$. & il terzo 33. li quali tre numeri fanno 60.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6. | | | | 8. |
| 16. | | | | 20. |
| 28. | | X | | 34. |
| — | | | P | — |
| 50. | | | | 62. |
| 10. | | | | 2. |
| | | 12. | | |
| | | il partitore. | | |

V. Diuidasi il numero 30. in due parti, la prima delle quali con 60. faccia vn numero triplo del numero composto della seconda parte, & da 20. Poni la prima parte essere 20. & perciò la seconda 10. La prima con 60. fa 80. & la seconda con 20. fa 30. Questione 5.

Ma doueria il numero 80. esser triplo del numero 30. secondo la pronuntiatione dell'essempio il che non è, ma il numero 90. è triplo al nu. 30. Habbiamo mancato adunque dal vero 10. vnità.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 20. | | | 24. |
| 10. | | | 6. |
| — M | X | | P — |
| 10. | | | 6. |
| | 16. | | |

*il partitore.*

Poni di nuouo la prima parte essere 24. & per questo la seconda 6. La prima con 60. fa 84. & la seconda con 20. fa 26. Ma doueria il nu. 84. secondo il tenore della questione, esser triplo del num. 26. il che non è, ma il nu. 78. è triplo del nu. 26. Adunq; hauemo ecceduto la verità in 6. vnità. Fà hora come la regola commanda, & ritrouarai la prima parte essere $22\frac{1}{2}$. & per questo la seconda $7\frac{1}{2}$. Imperoche la prima con 60. fa $82\frac{1}{2}$. la seconda con 20. fa $27\frac{1}{2}$. del qual numero quello è triplo.

In vn'altro modo si può districare questa questione. Perche doppo che nella prima positione hauemo conosciuto, la prima parte 20. con 60. fare 80. & la seconda parte 10. con 20. fare 30. del qual numero quello doueua esser triplo: s'ha-

uerà da considerare, di qual numero sia triplo il num.80 & trouaremo, che è triplo del num. $26\frac{2}{3}$. Onde essendo il num.30 maggiore che $26\frac{2}{3}$. haueremo per questo ecceduto la verità in $3\frac{1}{3}$. Di nuouo, doppo che nella seconda positione è stato visto la prima parte 24. con 60. fare 84. & la seconda parte 6. con 20. fare 26. del qual numer. quello doueria esser triplo: s'hauerà da considerare, di qual numero sia triplo il numero 84. & trouaremo che è triplo del numer. 28. dal quale il numero 26. manca in due vnità. Hauemo dunque mancato dalla verità in 2. Fa hora secondo la regola, & ritrouarai la prima parte essere $22.\frac{1}{2}$ & la seconda $7\frac{1}{2}$. come prima. Ma il primo modo par più commodo, poiche per quella più facilmente si schifano i numeri rotti.

*Essempio principale.*

1.      3.
$10\frac{1}{4}$.      $12\frac{1}{2}$.
$26\frac{3}{4}$. P X P $25\frac{1}{2}$.

$18\frac{1}{4}$.

*il partitore.*

VI. Cerchisi tre numeri, delli quali il primo aggionto a 73. sia doppio de gl'altri due: ma il secondo cõ 73. sia triplo de gl'altri due: & finalmẽte il terzo con 73. sia quaduplo de gl'altri due. Poni il primo num. essere 1. ouero qual si voglia altro numero disparo, accioche aggionto a 73. faccia numero paro, cioè, che pos-

20.      24.
10.      6.
— P X M —

$3\frac{1}{2}$.      2.

$5\frac{1}{3}$.

*il partitore.*

sa

fa hauere la metà senza rotto poiche il primo cõ 73. deue fare vn numero doppio de gl'altri due. Perche adunq; 1. con 73. fa 74. il qual num. secondo la questione proposta, deue essere doppio de gl'altri due, è necessario, che gl' altri due insieme siano 37. Et perche il secondo con 73. deue fare vn num. triplo del primo, (che è 1.) & del terzo insieme s'hauerà per tanto da diuidere (come nella precedente questione è stato insegnato) il n. 37. in due parti, la prima delli quali con 73. faccia vn num. triplo del num. che dalla seconda parte, & dall'vno si compone; Et così auanti, che la proposta questione si scioglia, e necessario sciolgerne vn'altra, che occorre in essa operatione.

Poni adunq; la prima parte di 37. essere 2. & perciò la seconda 35. La prima parte 2. con 73. fa 75. & la secõda parte 35. con 1. fa 36. del qual num. non è triplo il num. 75. ma il num. 108. Adunque hauemo mancato dal vero in 33. vnità, conciosia, che di tante vnità, il nostro num. 75. sia minore del nu. 108. Poni di nuouo la prima parte essere 5. & perciò la seconda 32. La prima con 73. fa 78. & la seconda con 1. fa 33. del qual num. non è triplo il num. 78. ma il num. 99. Adũque hauemo mancato di nuouo dalla verità in in 21. vnità. Fà hora secondo il preceto della regola

*Essẽpio mãco principale.*

| | | |
|---|---|---|
| 2. | | 5. |
| 35. | X | 32. |
| — M | | M — |
| 33. | | 12. |
| | 12 | |

*il partitore.*

gola del falso; & ritrouarai la prima parte esse-re 10 $\frac{1}{4}$. & perciò la seconda 26 $\frac{3}{4}$.

Adunq; se il primo num. della questione è 1. sarà il secondo 10 $\frac{1}{4}$. & il terzo 26. $\frac{3}{4}$. perche così il primo num. con 73. fa il doppio de gl' altri due, & il secondo con 73. fa il triplo dell'altri due. Se adunque il terzo con 73. farà il quadruplo degl' altri due sarà sodisfatto alla questione. Ma il terzo con 73. fa il numero 99. $\frac{3}{4}$. il quale non è quadruplo del numero 11. $\frac{1}{4}$. che si compone dal primo, & secondo: ma il numero 45. è quadruplo del numero 11. $\frac{1}{4}$. Adunque hauemo trapassato la verità in 54. $\frac{3}{4}$.

*Essempio principale.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. | | X | | 3. |
| 10 $\frac{1}{4}$. | | | | 12 $\frac{1}{2}$. |
| 26 $\frac{3}{4}$. | p | | p | 15 $\frac{1}{2}$. |
| 54 $\frac{3}{4}$. | | | | 36 $\frac{1}{2}$. |
| | | 18 $\frac{1}{4}$. | | |
| | | *il partitore.* | | |

Hora poni il primo numero essere 3. che con 73. fa 76. il qual numero deue esser doppio de gl'altri due. Adunque gl'altri due saranno 38. Et perche il secondo con 73. deue essere triplo del primo, (che è 3.) & del terzo insieme, s'hauerà per tanto da diuidere (come nella questione precedente è stato insegnato) il numero 38 in due parti delle quali la prima con 73. faccia vn numero triplo del numero, che si compone dalla seconda parte, & dal 3.

Poni adunq; la prima parte di 38. essere 2. & perciò la seconda 36. la prima parte con 73. fa 75 & la seconda con 3. fa il num. 39. del quale il nu.

75. non è triplo. ma il numero 17. Adunque hauemo mancato da la verita nel numero 42. Poni di nuouo la prima parte essere 23. & conseguentemente la seconda 15. La prima con 73. fa 96. & la seconda con 3. fa 18. del qual num. non è triplo il num. 96. ma il num. 54. Adũque hauemo trapassato il vero in 42. Fa secondo la regola del falso, & ritrouarai la prima parte essere 12.$\frac{1}{2}$. & conseguentemente la seconda 25.$\frac{1}{2}$.

*Essẽpio manco principale.*

2. X 23.
36. 15.
—M p.—
42. 42
84.
*il partitore.*

ADVNQVE se'l numero primo della questione proposta è 3 il secondo sarà 12.$\frac{1}{2}$. & il terzo 25.$\frac{1}{2}$. Perche così il primo con 73. fa il doppio de gl'altri due, & il secondo con 73. fa il triplo de gl'altri due. Se adunque il terzo cõ 73. farà il quadruplo de gl'altri due, sarà sciolta la questione. Ma il terzo con 73. fa il num. 98.$\frac{1}{2}$. il quale non è quadruplo del n. 15.$\frac{1}{2}$. che è composto dal primo 3. dal secõdo 12$\frac{1}{2}$. ma il n. 62. Adũque hauemo ecceduto il vero 36.$\frac{1}{2}$.

*Essempio principale*

1. X 3.
10. 12.$\frac{1}{2}$.
26.$\frac{1}{4}$. P P. 25$\frac{1}{2}$.
54$\frac{3}{4}$. 36$\frac{1}{2}$.
18$\frac{1}{4}$.
*il partitore.*

HORA se moltiplicarai li primi numeri per li errori in croce, & similmente li secondi, & li terzi,

(perche più cōmodamente si ritrouaranno il secondo, & il terzo in questo modo, che se li vorremo ricercare dal primo ritrouato: imperoche quì sarebbe necessario valersi della questione precedēte) & fatta la sottratione, diuiderai li num. che rimāgono, per il partitore ritrouato 18 $\frac{2}{5}$. cioè per la differēza delli errori, poiche nell'vna, & l'altra positione è stato sēpre fatto eccesso, ritrouarai il primo numero essere 7. il secondo 17. & il terzo 23. perche il primo con 73. fa 80. il qual numero è doppio de gl'altri due; ma il secondo con 73. fa 90. il qual numero è triplo de gl'altri due; & finalmente il terzo con 73. fa 96. il qual numero è quadruplo de gl'altri due.

Questione 7. VII. CERCHISI vn numero, che moltiplicato per 3. & prodotto aggiontoli 10. & questa somma moltiplicata per 4. & al prodotto aggiontoli 20. & questa somma moltiplicata per 5. & al prodotto aggiōtoli 30. & finalmente questa somma moltiplicata per 6. & al prodotto aggiōtoli 40. si produchi questo nu. 6700. Fingi quel

| 2. | | 4. |
|---|---|---|
| M | X | M |
| 3690. | | 3600. |
| | 360. | |
| | *il partitore.* | |

numero essere 2. che moltiplicato per 3. fa 6. & aggiontoli 10. fa 16. & questa sōma moltiplicata per 4. fa 64. & aggiontoli 20. fa 84. In oltre questa somma moltiplicata per 5. fa 420. & aggiontoli 30. fa 450. Finalmente questa somma moltiplicata per 6. fa 2700. & aggiontoli 40. fa 2740. Ma doueua questa vltima somma essere 7600.

Hab-

Habbiamo adũque mãcato dalla verità in 3960. Di nuouo fingi il medesimo numero essere 3. che moltiplicato per 3.fa 9.& aggiontoli 10.fa 19. & questa somma moltiplicata per 4.fa 76.& aggiõtoli 20.fa 96. Di più, questa somma moltiplicata per 5.fa 480.& aggiontoli 30.fa 510. Finalmente questa somma moltiplicata per 6.fa 3060.& aggiontoli 40. fa 3100. Ma doueuano fare 6700. Adunque di nuouo hauemo mancato dalla verità in 3600. Fà secondo la regola, & ritrouarai il numero cercato essere 3. Perche questo numero moltiplicato per 3.fa 39.& aggiontoli 10. fa 49. Questa somma moltiplicata per 4.fa 196. aggiontoli 20. fa 216. la qual somma moltiplicata per 5. fa 1080 & aggiontoli 30 fa 1110. la qual somma finalmente moltiplicata per 6.fa 6660.& aggiontoli 40.fa 6700.

VIII. Vn maestro di scola hà tanti scolari, che, se ciascheduno pagarà scudi 5. gli manchino scudi 30. per cõprare la casa, nella quale habita; ma se ciascheduno darà 6. scudi gl'auanzino 40. scudi, oltra il prezo della casa. Quanti scolari adunque ha, & quanto il prezzo della casa? Quì niente altro si cerca, che vn numero, che moltiplicato per 5. faccia tal numero, che aggiontoli 30. faccia la medesima somma, la quale rimane, se il medesimo numero si moltiplica per 6. & dal prodotto si cauano 40. Poni adunque quel numero de i scolari essere 30. che moltiplicato per 5. fa 150.& aggiontoli 30.fa 180. Tanto adunque li costerà la casa, se n'auerà 30. scolari, de lli quali ciascheduno paghi cinque scudi. Hora vediamo se auanzano 40. scudi oltra questo prezzo, Question 8

30. se ciascheduno pagarà 6. scudi moltiplica adunque il medesimo numero delli 30. scolari per 6. & farai 180. scudi, & auanzarà nulla oltra il prezzo della casa. Ma doueuano auãzare scudi 40. Adunque hauemo mancato dalla verità in 40. Di nuouo fingi il num. delli scolari essere 100. che moltiplicato per 5. fa 500. & aggiontoli

| | | |
|---|---|---|
| 40. | | 500. |
| M | X | P |
| 40. | | 30. |
| | 70. | |
| | il partitore. | |

30. fa 530. Tanto adunque costarà la casà, se hauer à 100. scolari, delli quali ciascheduno paghi scudi 5. allora vediamo, se auanzano 40. scudi oltra questo prezzo della casa, se ciascheduno darà 6. scudi Moltiplica dunque il medesimo numero delli 100. scolari per 6. & farai 600. & auanzano 70. scudi oltra il prezo di scudi 530. della casa. Ma doueuano auanzare solamente 40. Adunque hauemo ecceduto la verità in 30. Opera secondo la regola del falso, & ritrouarai il numero delli scolari essere 70. Perche questo numero moltiplicato per 5. fa 350. & aggiontoli 30. fa 380. Tanto adunque è il prezzo della casa il medesimo num. 70. delli scolari moltiplicato per 6. fa 420. il qual numero eccede il prezzo della casa di scudi 380. in 40. come la questione vuole.

IX. Due deuono partitire vgualmente tra di loro 60. scud. Ma essendo nato disparere tra essi, ciascuno ne hà tolti quanti hà possuto. Ma dipoi essedo pacificati, il primo pose più il ⅓. de suoi denari,

nari, & il secondo $\frac{1}{3}$ de' suoi; & auuiene all'hora, che tanto il primo pigliando que' $\frac{1}{3}$. del secondo, quanto il secondo pigliando quel $\frac{1}{4}$. del primo, ne hauesse 30. scudi, quanti adunque n'haueua tolto ciascuno di loro la prima volta? Poni, che il primo pigliasse 36. scudi, & perciò il secōdo gl'altri 24. Se adunque il primo porrà giù $\frac{1}{4}$. cioè 9. scudi, gli restaranno in mano 27. scudi, à i quali se aggiongeremo $\frac{1}{3}$. del secondo, che si dice hauer posto giù, & cioè 8. scudi, faremo 35. per li denari del primo. Ma egli doueua hauer solamente 30. Adunque habbiamo ecceduto il vero in 5. Fingi hora, il primo hauere tolto 12. & perciò il secondo il resto, cioè 48. Se adunque il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 3. scudi, gli restaranno 9. scudi, alli quali se aggiongeremo il $\frac{1}{3}$. del secondo, cioè 16. scudi, faremo 25. scud. per li scudi del primo. Ma doueuano essere 30. Adunque habbiamo mancato dal vero in 5.

| 36. | | 12. |
|---|---|---|
| 24. | | 48. |
| P. | X | M |
| 5. | | 5. |
| | 10. | |
| | *il partitore.* | |

vnità. Opera secondo la regola, & ritrouarai, che il primo ne hà tolto 24. & perciò il secondo 36. Perche se il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 6. scudi, & alli 18. che gli restano, aggiongerà il $\frac{1}{3}$. del secondo, cioè 12. hauerà 30. scudi. Così ancora, se il secondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 12. scudi, & li 24, che restanno aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo; cioè 6 hauerà 30. scudi come il primo.

PO-

POTREMO ancora dal numero, che per il ſecondo ponemo, nel medeſimo modo cauare la verità. Imperoche nel primo ponimento del ſecondo, che è 24. ſe il ſecondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 8. ſcudi, & alli 16. che reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 9. ſcudi, hauerà 25. ſcudi, che douerebbono eſſere 30. Habbiamo adunque mancato in 5. vnità. Et nel nell' altra poſitione del ſecondo, ſe il ſecondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 16. ſcudi, & a gl' altri 32. che reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo. cioe 3. ſarà 35. ſcudi, che non douerebbono eſſere più di 30. Adunque habbiamo ecceduto il vero in 5. vnità. Fà ſecondo la regola, moltiplicando gl' errori per le poſitioni del ſecondo, &c. ritrouarai che il ſecondo ha tolto 36. ſcudi, & il primo 24. come prima.

| 36. | | 12. |
|---|---|---|
| 24. | M X P | 48. |
| 5. | | 5. |
| | 10. | |
| | *il partitore.* | |

Queſtione 10. X. DVE doueuano partire tra di loro 100. ſcudi vgualmẽte, ma eſſendo occorſo tra eſſi diſparere, ciaſcheduno ne tolſe quanto puote. Doppo fatta pace, poſe giù il primo il $\frac{1}{3}$. delli ſuoi denari, & il ſecondo il $\frac{1}{3}$. delli ſuoi: & il primo pigliò queſto $\frac{1}{3}$. del ſecondo, & il ſecondo quel $\frac{1}{3}$. del primo. Il che fatto, l'vno, & l'altro hebbe 50. ſcudi. Quanto adunque ciaſchedun nel principio

cipio ne tolse? Fingi, che il primo ne togliesse 30. scudi, & perciò il secondo 70. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 10. che se lo pone giù, gli restaranno 20. Il $\frac{1}{5}$. secondo è 14. che se lo daremo al primo, ne hauerà il primo 34. scudi. Ma

| | | |
|---|---|---|
| 30. | | 60. |
| 70. M | X | P 40. |
| 16. | | 2. |
| | 14. | |
| | *il partitore.* | |

doueua hauere 50. Adunque haueremo mancato dalla verità in 16. Fingi di nuouo, che il primo ne habbia tolto 60. & perciò il secondo 40. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 20. che se lo pone giù gl' auanzano scudi 40. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 8. che se lo daremo al primo, ne hauerà il primo 48. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato ancora in questo ponimento dalla verità in 2. Opera secõdo la regola, & ritrouarai il primo hauere tolto $64\frac{2}{7}$. & perciò il secõdo $35\frac{5}{7}$. perche il $\frac{1}{3}$. del primo è $21\frac{3}{7}$. che se lo pone giù, gli ne restano $42\frac{6}{7}$. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è $7\frac{1}{7}$. che se lo pone giù, rimangono $28\frac{4}{7}$. Hora se daremo il $\frac{1}{5}$. del secondo, cioe $7\frac{1}{7}$. al restante del primo, che fù $42\frac{6}{7}$. hauerà il primo 50. Così ancora se daremo $\frac{1}{3}$. del primo, cioè $21\frac{3}{7}$. al resto del secondo, che fù $28\frac{4}{7}$. hauerà il secondo similmente 50. si come nella questione si proponeua.

XI. Due tra di loro così distribuiscono 100. scudi, che se il primo ne pone giù $\frac{1}{3}$. delli suoi, & il secondo $\frac{1}{4}$. delli suoi, & la somma di queste parti si diuida in due parti vguali, & se ne dia $\frac{1}{2}$. all'vno, & all'altro numero rimasto, si faccino *Questione 11.*

due

due numeri vguali, cioè 50. & 50. Quali adunque sono le parti de amendue? Fingi la parte del primo essere 60. & perciò quella del secondo 40. Se il primo ne porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 20. gli ne restaranno 40. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 10. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè a 20. si farà 30. & se'l $\frac{1}{2}$. di questa somma 30. cioè 15. daremo al resto del primo, che fù 40. faremo 55. Ma doueuamo fare solamente 50. Adunque hauemo ecceduto la verità in 5. Fingi di nuouo il primo hauere 24. & perciò il secōdo 76. (Hò posti questi numeri perche il primo hà $\frac{1}{3}$. & l'altro $\frac{1}{4}$. senza rotti.) Se il primo porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 8. gli auanzaranno 16. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 19. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè a 8. farà 27. & se'l $\frac{1}{2}$. di questa somma 27. cioè $13\frac{1}{2}$. daremo al resto del primo, che fù 16. hauerà il primo $29\frac{1}{2}$. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in $20\frac{1}{2}$. Fà hora secondo la regola, & ritrouarai la parte del primo essere $52\frac{15}{17}$. & perciò del secondo $47\frac{2}{17}$. Imperoche $\frac{1}{3}$. del primo è $17\frac{11}{17}$. la qual parte ponendola giù gli restaranno $35\frac{5}{17}$. Il $\frac{1}{4}$. del secondo è $11\frac{13}{17}$. che ponendolo giù gli auanzaranno $35\frac{5}{17}$. &

| | | | |
|---|---|---|---|
| 60. | | | 24. |
| 40. | P | X | M 76. |
| 5. | | | $20\frac{1}{2}$. |
| | $25\frac{1}{2}$. | | |
| | *il partitore.* | | |

la

la somma dal $\frac{1}{3}$. del primo, & dal $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè, dal $17\frac{11}{17}$. & $11\frac{13}{17}$. è $29\frac{7}{17}$. il $\frac{1}{2}$. della quale, cioè $14\frac{12}{17}$. aggionto al resto del primo, cioè à $35\frac{5}{17}$. & al resto del secondo, cioè à $35\frac{5}{17}$. fa 50. & 50.

60. 24.
48. 76.
P X M
$5\frac{1}{2}$. $20\frac{1}{2}$.
$25\frac{2}{2}$.
*il partitore.*

XII. PARTISCASI il numero 1000. in due parti delle quali la maggiore ecceda la minore in 49. Fingi la maggior parte essere 600. & perciò la minore 400. Quella eccede questa in 200. & noi voleuamo, che l'eccesso fosse 49. Adunque hauemo trapassato il vero in 151. Fingi di nuouo la maggior parte essere 550. & per ciò la minore 450. Quella eccede questa in 100. & noi voleuamo, che l'eccesso fusse 49 Adunque vn'altra volta hauemo trapassato il vero in 51. Opera adunque secondo la regola, & ritrouarai la maggior parte essere $524\frac{1}{2}$. & perciò la minore $475\frac{1}{2}$. Perche quella eccede questa nel numero proposto 49. Questione 12.

600. 550.
400. 450.
P X P
151. 51.
100.
*il partitore.*

XIII. VNO hà due vasi d'oro, & vn coperchio Questione 13.

di va-

di valuta di 150. scudi, che aggionto al primo vaso, fa quello triplo del secondo vaso nel prezzo; ma aggionto al secondo vaso, fa quello del medesimo prezzo con il primo. Quanto adunq; costano quelli due vasi? Quì si cercano due numeri, delli quali il primo con 150. sia triplo del secondo, & il secondo, con 150. sia vguale al primo. Poni il primo vaso costare 30. scudi. (Pongo questo numero, perche aggiontoli 150. si fà vn numero, che è triplo ad vn'altro senza rotti.) Aggiontoli il coperchio di 150. scudi costarà 180. scudi. Et perche questo prezzo deue esser triplo del prezzo del secondo vaso, costarà per tanto il secondo vaso 60. scudi. Aggiõtoli il coperchio di 150. scudi, costarà 210. scudi. Ma doueua costare solamente 30. acciò il prezzo suo fusse vguale al prezzo del primo. Adunque hauemo ecceduto il vero in 180. Poni di nuouo il primo vaso costare 90. scudi. Aggiontoli il coperchio di 150. scudi, costarà 240. scudi, & perciò il secondo vaso costarà 80. scudi, atteso, che quel num. sia triplo di questo. Aggiontoli il coperchio, costarà 230. Ma doueua costare solamente 90. acciò il prezzo suo fusse vguale al prezzo del primo. Hauemo dunque vn'altra volta superato il vero 140. Fà secondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaso

| 30. | | 90. |
| --- | --- | --- |
| 150. | | 150. |
| 180. P | X | M |
| | | 240. |
| 180 | | 140. |
| | 40. | |
| | *il partitore.* | |

scu-

scud. 300. Perche aggiontoli il coperchio di 150. scudi, si farà il prezzo di 450. scudi, & per questo il prezzo del secondo vaso sarà 150. scudi, cioè, la terza parte di quello: & aggiontoli il coperchio di 150. scudi si farà il prezzo di 300. scudi, vguale al prezzo del primo.

XIV. Vno ha due vasi d'oro, & vn coperchio, che vale 100. scudi, il quale aggionto al primo vaso fa quello triplo del secondo nel prezzo: ma aggionto al secondo fa quello duplo del primo nel prezzo quanto adunque vagliano quelli due vasi? Fingi il primo valere scudi 50. Aggiontoli il coperchio di scudi 100. valerà 150. scudi, & perciò il secondo valerà ancora 50. scudi, atteso, che quel numero sia triplo di questo. Aggiontoli il coperchio valerà 150. scudi, il qual numero non è doppio di quel prezzo del primo di scudi 50. ma il numero 100. è doppio di 50. Adunque hauemo trapassato la verità nel numero 50. poni di nuouo il primo valere 110. scudi. Aggiontoli il coperchio di 100. scudi, valerà 210. scudi, & per questo il secondo valerà 70. scudi, essendo, che quel numero sia triplo di questo. Aggiontoli il coperchio di scudi 100. valerà 170. scudi, il qual numer. non è doppio del prezzo del primo di scudi 110. ma il numero 220. è doppio di quello. Adunque hauemo mancato Questione 14.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 50. | | | | 110. |
| 100. | | | | 100. |
| ——— | P | X | M | ——— |
| 150. | | | | 210. |
| 50. | | | | 50. |
| | | 100. | | |
| | | *il partitore.* | | |

dalla verità in questo numero 50. Opera secondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaso scudi 80. Perche aggiontoli il coperchio di 100. scudi, si farà il prezzo di 180. scudi, & per questo il prezzo del secondo vaso sarà di 80. scudi, cioè la terza parte di quello: & aggiontoli il coperchio, si farà il prezzo di 160. scudi doppio del prezzo del primo, ch'era di scudi 80.

Questione 15. XV. Vno comprò tante pernici, che se ne hauesse compre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, di quelle, & di più 22. ne haueria 100. Quante adunque ne comprò? Qui si cerca vn numero, del quale $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, con 22. faccino 100. Poni colui hauere comprato 12. Il $\frac{1}{2}$ di questo numero è 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. le quali parti fanno 13. & aggiontoli 22. fanno 35. Ma doueuano fare 100. Adunq; hauemo mancato dal vero in 65. Poni di nuouo colui hauerne cōpre 60. Il $\frac{1}{2}$. di questo numero è 30. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. le quali parti fanno 65. & aggiontoli 22. fanno 87. Ma doueuano fare 100. Adunque hauemo mancato di nuouo dal vero in questo num. 13. Fà adunque secondo la regola, & ritrouarai colui hauer comprato 72. pernici. Perche $\frac{1}{2}$ di questo numero è 36. & $\frac{1}{3}$. 24. & $\frac{1}{4}$. 18. le quali parti fanno 78. & aggiontoli 22. fanno 100.

| | | |
|---|---|---|
| 12. | | 60. |
| M | X | M |
| 65. | | 13. |
| | 52. | |
| | *il partitore.* | |

Questione 16. XVI. Due hanno vna certa somma di scudi, che

che se il secondo ne darà 12. al primo, il primo ne hauerà sei volte tanto, quanto il secondo; & se il primo ne darà 15. al secondo, ne hauerà il secondo dieci volte tanto, quanto il primo. Adūque ciaschedūno quanti scudi ne ha? Quì si cercano due numeri, delli quali il primo cō 12. vnità del secondo sia sei volte tanto, quanto l'auanzo del secondo: & il secondo con 15. vnità del primo sia dieci volte tanto, quanto l'auanzo del primo. Per potere più facilmente sciorre questa, & altre simili questioni senza rotti, s'hauerà da cominciare dal numero secondo. Fingi adunque il secondo hauere 20. del qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, secondo il tenore della questione, sei volte tanto, quanto è il resto del secondo, che è 8. Hauerà adunque all'hora il primo 48. perciò, auanti che pigliasse 12. dal secondo, ne haueua 36. Ma se di questo num. 36. del primo, daremo 15. vnità al secondo, che ne ha 20. hauerà il secondo 35. il qual num. deue essere dieci volte tanto, secondo il tenore della questione quanto è resto del primo, che è 21. Ma è cosa chiara, il numero 35. non essere dieci volte tante tanto, quanto è il numero 21. ma il num. 210. è dieci volte tanto. Adunq; hauemo mancato dalla verità in 175. Poni di nuouo il secōdo hauere

| | | |
|---|---|---|
| 20. | | 100. |
| M | X | M |
| 175. | | 4895. |
| | 4720. | |
| | *il partitore.* | |

 100.

100. del qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, si come vuole la questione, sei volte tanto, quanto è l'auanzo del secondo, che è 88. Hauerà adunque il primo all'hora 528. & però, innanzi che pigliasse 12. dal

| | |
|---|---|
| 20. | 100. |
| M X M | |
| 175. | 4894. |
| 4720. | |
| *il partitore.* | |

secondo, ne haueua 516. Hora se da questo numero 516. del primo, daremo 15. vnità al secondo hauerà il secondo 115. il qual numero deue essere dieci volte tanto come vuole la questione, quanto è il resto del primo, che è 501. Mà è cosa chiara, il numero 115. non essere dieci volte tanto, quanto è il numero 501. ma il numero 5010. è dieci volte tanto. Adunque hauemo mancato di nuouo dalla verità in 4895. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secōdo hauere $17\frac{2}{59}$. dal qual num. se darémo 12. vnità al primo hauerà il primo sei volte tanto, quanto è il resto del secondo, chè $5\frac{2}{59}$. Adunq; hauerà all'hora il primo $30\frac{12}{59}$. & perciò auanti, che pigliasse 12. dal secondo, ne hebbe $18\frac{12}{59}$. Perche se di questo numero daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo $32\frac{2}{59}$. il qual numero è dieci volte tanto quanto è l'auanzo del primo, che è $3\frac{12}{59}$. si come anco propone la questione.

Questione 17. XVII. Due hanno vna certa somma di scudi, se il secondo darà 6. al primo, hauerà il primo il doppio del resto del secondo, & se il primo darà

tre al secondo, hauerà il secondo vn num. vguale al resto del primo. Quanti scud. adunq; ciascheduno hebbe? Quì ancora si cercano due numeri, delli quali il primo con sei vnità del secondo, sia doppio dell'auanzo del secondo; & il secondo con 3. vnità del primo, sia vguale all'auanzo del primo. Poni il secondo hauere 15. del qual numer. se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 18. cioè, il doppio del resto del secondo, che è 9. Et per questo prima, che pigliasse 6. dal secondo, ne hebbe 12.

15. 20.

P X P

9. 4.

5.

*il partitore.*

Hora se da questo numero 12. daremo 3. vnità al secondo, hauerà il secondo 18. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 9. ma maggiore. Adunque hauemo trapassato la verità in noue. Poni di nuouo il secondo hauere 20. dal qual numero, se daremo 6. vnità al primo hauerà il primo 28. cioè, il doppio del resto del secondo, che è 14. Adunq; auanti che pigliasse 6. dal secondo, ne haueua 22. Hora se il primo darà al secondo 3. vnità hauerà il secondo 23. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 19. ma maggiore. Adunque hauemo ecceduto di nuouo la verità in 4. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo hauere 24. dal qual numero, se daremo 6. vnità al primo hauerà il primo 36. cioè, il doppio del resto del secondo, che è 18. Adunque prima ne hebbe 30. & per questo se darà 3. vni-

tà al secondo, hauerà il secondo 27. il qual numero è vguale al resto del primo, che ancora è 27.

XVIII. E' vna cisterna, che hà in fondo tre cannelle disuguali. Per la maggiore versa tutta l'acqua in 2. hore, per la mezzana in 3. & per la più piccola in 6. Se adunque l'acqua sempre si verserà vgualmente, iu quanto tempo si votarà, se tutte le tre cannelle s'apriranno insieme? Fingi in 4. hore, & dì: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, che votarà in 4. hore? & ritrouarai 2. cisterne. Di più; Se la cannella mezzana in 3. hore vota vna cisterna; quanto ne votarà in 4. hore? & ritrouarai 1⅓. di cisterna, di più: Se la più piccola cannella in 6. hore vota vna cisterna; quanto ne votarà in 4. hore? & ritrouarai ⅔. di cisterna; & così tutte tre le cannelle in 4. hore votaranno 4. cisterne. Ma noi vogliamo solamente vna cisterna.

Adunq; hauemo eccedute il vero in 3. poni di nuouo in 10. hore. Et dì: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, quanto ne votarà in 10. hore? & ritrouarai 5. cisterne. Di più? Se la canella mezzana




vota vna cisterne in 3. hore, quanto ne votarà in 10. hore? & ritrouarai cisterne 3⅓. Di più: Se la più piccola cannella in 6. hore vota vna

cisterna, che votarà in 10. hore? & ritrouarai 1 $\frac{2}{3}$. cister. & così tutte le tre cannelle votariano in 10. hore 10. cisterne. Ma noi vogliamo vna cisterna. Adunque habbiamo di nuouo, ecceduto il vero in 9. Fà secondo la regola, & ritrouarai in vn'hora votarsi la cisterna. Perche la maggior cannella in vn'hora votarà $\frac{1}{2}$. & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la più piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno 1. cisterna.

Questa questione si può proporre ancora così. È vna cisterna, che hà nella bocca tre cannelle disuguali; Per la maggior si empie la cisterna in 2. hore, per la mezzana in 3. & per la più piccola in 6. &c.

XIX. È vna cisterna, che hà vna cannella nella bocca, per la quale s'empie in 12. hore, & nel fondo hà vn'altra cannella, per la qual si vota in 18. hore. Se adunque per la cannella di sopra di continuo entrarà acqua, & per quella da basso sempre ne vscirà; in quanto tempo s'empierà tutta la cisterna: Poni in 20. hore. Et di; Se in 18. hore si vota vna cisterna, che si votarà in 20. hore? & ritrouarai 1 $\frac{1}{9}$. cisterne. Adũque è necessario, che si empino in 20. hore cisterna 2. $\frac{1}{9}$. accioche nel medesimo tempo votandosi 1 $\frac{1}{9}$. *Questione 19*

| 20. | | 30. |
|---|---|---|
| M | X | M |
| $\frac{1}{3}$. | | $\frac{1}{3}$. |
| 1 | 5 | 3. |

*il partitore.*

 ci-

cisterne resti 1. cisterna piena. Dì adunque: Se in 12. hore s'empie 1. cisterna, che s'empierà in 20. hore? & ritrouarai 1 $\frac{2}{3}$. cisterne. Ma noi vogliamo cisterne 2$\frac{1}{3}$. Adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{6}$. Poni hora in 30. hore. Et dì: Se in 18. hore si vota 1. cisterna, che si votarà in 30. hore? & ritrouarai 1 $\frac{2}{3}$. cisterne. E necessario adunque, che in 30. hore s'empino cisterne 1 $\frac{2}{3}$. accioche nel medesimo tempo, votandosi 1 $\frac{2}{3}$. cistern. resti piena 1. cisterna. Dì adunque; Se in 12. hore s'empie vna cisterna, che s'empierà in 30. hore? & ritrouarai cisterne 2 $\frac{1}{2}$. Ma noi voleuamo cisterne 2 $\frac{2}{3}$. Di nuouo adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{6}$. Opera adunque secondo la regola, & ritrouarai in 36. hore empirsi la cisterna. Perche in 36. hore la cannella superiore empierà 3. cisterne, & l'inferiore votarà due cisterne, & così ne rimmarrà vna piena.

Questione 20. XX. Vn'artefice finisce vna certa opera in trenta giorni; ma se ne s'aggiongerà vn' altro, la finiranno tutti due in 18. giorni. In quanto tempo adunque questo secondo solo finirà la medesima opera? Dì primieramente: Se il primo maestro in 30. giorni finisce l'opera, quanto ne farà in 18. giorni? & ritrouarai $\frac{3}{5}$. dell'opera. Adunque il secondo nel medesimo tempo ne farà $\frac{2}{5}$. acciò che tutti due finischino tutta l' opera. Poni adunque primieramente, che il secondo finisca tutta l' opera in 40. giorni, & dì: Se il secondo in 18. giorni spedisce $\frac{2}{5}$. dell' opera, quanto ne farà in 40. giorni? & ritrouarai $\frac{8}{9}$. dell' opera. Ma noi habbiamo posto, che finirebbe tutta l'opera. Adun-

que hauemo mancato dalla verità in ⅘. Secondariamente, poni il secondo finire l'opera in 60. giorni, & di: Se il secondo in 18. giorni finisce ⅖. dell'opera, quanto ne fornirà in 60. giorni? & ritrouarai 1.⅓. ma noi hauemo posto, che finirebbe vn' opera solamente, adunque hauemo ecceduto la verità in ⅓. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo finire tutta l'opera in 45. giorni. Perche se in 18. giorni fa ⅖. dell'opera, in 45. giorni farà vn'opera intiera.

| 40. | | 60. |
|---|---|---|
| M | X | P |
| ⅘. | | ⅓. |
| | ⅘. | |
| | *il partito* | |

Più facilmente senza la regola del falso, questa questione si sciorrà in questo modo. Doppo che ritrouasti, che il secondo in 18. giorni finisce ⅖. dell'opera, talche manchino ⅗. dì: Se ⅖. ricercano 18. giorni, quanti giorni ricercaranno ⅗? & ritrouarai 27. giorni, li quali aggionti à 18. fanno 45. giorni, nelli quali finirà tutta l'opera, come prima. Ouero dì: Se ⅖. ricercano 18. giorni, quanti giorni ce ne vogliono per vn' opera intiera? & ritrouarai di nuouo 45. giorni come prima.

XXI. Tre hanno giuocato tra di loro di tal sorte, che il primo guadagnò subito ½. delli denari del secondo; ma doppo il secondo guadagnò ⅓. delli denari del terzo: e finalmente il terzo guadagnò ¼. di quei denari, che il primo portò al giuoco. Et finito il giuoco, ciascheduno di loro si trouò hauere scudi 700. Quanti denari adunque *Questione 21.*

c as-

ciascheduno portò al giuoco? Quì non si cerca altro, se non, che il proposto numero 2100. (Perche se ciascuno hà 700. haueranno tutti tre 2100.) si partisca in tre parti, di maniera, che se la prima dia 1/4. alla terza, & pigli 1/2. della seconda; ma la seconda pigli 1/3. della terza, si faccino tre numeri vguali, cioè 700. 700. 700. Ouero si cercano tre numeri, delli quali il primo ponendo giù la 1/4. & pigliando la 1/2. del secondo, faccia 700. Similmente il secondo, ponendo giù la 1/2. & pigliãdo 1/3. del terzo faccia 700. Et nel medesimo modo il terzo, ponendo giù la 1/3. & pigliando la 1/4. del primo faccia ancora 700. Poni il primo giuocatore hauere portato scudi 100. Che se ne perderà la 1/4 cioè 25. glie n'auanzaranno 75. Et perche questo resto con la 1/2. del secondo deue fare 700. sarà per tanto la 1/2. del secondo 625. poiche questo numero con il resto del primo, cioè con 75. fa 700. Portò adunque il secõdo 1250. Et doppo, che ne hauerà perso la 1/2. glie ne resteranno 625. Ma perche questo resto cõ la 1/3 del terzo deue fare 700. sarà questo la 1/3. del terzo 75. poiche questo num. con il resto del secondo, cioè, con 625. fa 700. Per la qual cosa il terzo portò con seco nel giuoco 225. Et doppo che

| | | |
|---|---|---|
| 100. | X | 200. |
| 1250. | | 1400. |
| 225. M | | M 450. |
| 525. | | 350. |
| | 175. | |
| | *il partitore.* | |

che ne hauerà perſo la ¼. gli ne rimarrano 150.
Ma perche queſto reſto con la ¼ del primo, cioè con 25. fa 175. & doueua fare 700. haueremo per tanto mancato dalla verità in queſto nume. 525.
Poni di nuouo il primo hauere portato al giuoco ſcudi 200. Che ſe ne perderà la ¼. cioè 50. gli n'auanzaranno 150. ſcudi, che con la ½ del ſecondo deuono fare 700. Sarà adunque la ½ del ſecondo 550. ſcudi, & perciò il ſecondo portò 1100. & perſo che hauerà la ½. gli n'auanzaranno ſcudi 550. che con la ⅓. del terzo deuono fare 700. Sarà adunque la ⅓ del terzo 150. & per tanto nel principio del giuoco, ne hebbe 450. & perſo che hauerà la ⅓. gli ne reſtaranno ſcudi 300. li quali con la ¼. del primo, cioè, con 50. fanno 350. ma doueuano fare 700. Adunque hauemo mancato ancora adeſſo dalla verità in queſto numero 350. Opera ſecondo la regola, & ritrouarai il primo giuocatore hauer portato 400. ſcudi, il ſecondo 800. & il terzo 900. Et queſti numeri del ſecondo, & del terzo ritrouarai, ouero per la regola del falſo, moltiplicando gl'errori per li ponimenti del ſecondo, & del terzo in croce, & c. ouero li cauarai dal primo ritrouato, ſi come poco innanzi dal 100. & 200. quali numeri falſamente hauemo poſto, che haueſſe il primo, ritrouammo i numeri del ſecondo, & del terzo. Perche ſe il primo hà 400. hauerà (leuando la ¼. cioè 100. che hà perſo) 300. Et perche con la ½. del ſecondo deue hauere 700. ſarà per queſto la ½. del ſecondo 400. & per tanto il ſecondo portò 800. Et perſo che hauerà la ½. gli n'auanzaranno. 400. Ma perche queſta ½. con la ⅓. del terzo deue fare 700.

700. sarà per questo la $\frac{1}{3}$. del terzo 300. & però il terzo portò 900. Perche hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne resteranno 600 alli quali se s'aggiongerà la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 100. scudi, hauerà 700. come la questione vuole.

Question. XXII. Tre mercanti hanno guadagnato scudi 400. li quali, hauendo risguardo alli denari, che ciascheduno pose, così tra di loro distribuirno. La parte del secondo auanzò la parte del primo in 12. & la parte del terzo auanzò la parte del secõdo in 16. Quale adũque fù la parte di ciascuno? Fingi il primo hauere hauto 1. scudo; (perche voglio sciorre questa questione per numeri minimi, cioè per il ponimẽtõ del 1. & del 2. acciò più chiaramente apparisca la generalità di questa regola del falso) & perciò il secondo 13. & il terzo 29. li quali numeri fanno 43. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato dalla verità in 357. Fingi di nuouo il primo hauere hauuto 2. scudi, & perciò il secondo 14. & il terzo 30. li quali numeri fanno 46. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato ancora adesso dalla verità in 354. Opera secondo la regola, & ritrouarai la parte del primo essere 120. scudi, del secondo 132. & del terzo 148. li quali tre numeri fanno la somma di 400. scudi, come si propone nella questione.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | X | 2. |
| 13. | | 14. |
| 29. M | | M 30. |
| — | | — |
| 43. | | 46 |
| 357. | | 354. |
| | 3. | |
| | *il partitore.* | |

XXIII.

XXIII. L'essercito dell'Imperatore contra li Turchi è di 40000. fanti Tedeschi, & di tāti fanti Italiani, & Vngari, che il num. delli Italiani fa la $\frac{1}{2}$. di Tedeschi, & delli Vngari, ma il numero delli Vngari fa la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani. Quanto adunque è il numero dell'Italiani, & quanto delli Vngari, & finalmente quanto tutto l'essercito? Fingi l'Italiani essere 30000. Et perche questo num. deue essere $\frac{1}{2}$. de i Tedeschi, & Vngari, saranno necessariamente li Tedeschi, & Vngari 60000. Adunque, conciosia che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 20000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè, del num. 70000. Ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 60000. & non del numero 70000. Adunque hauemo eccedute la verità in 10000. Fingi di nuouo l'Italiani essere 24000. Et perche questo num. deue essere la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi, & Vngari, saranno per questo li Tedeschi, & Vngari 4800. Conciosia dunque, che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 8000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè del num. 64000. ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 24000. & non del numer. 64000. Hauemo adunque ancora adesso auanzato il vero in 4000. Opera secondo la regola, & ritrouarai l'Italiani essere 32000. & li Vngari 24000. & perciò tutto l'essercito 96000. Perche in questo modo l'Ita- Questione 23.

| | | |
|---|---|---|
| 30000. | X | 24000. |
| 20000. | | 8000. |
| P | | P |
| 10000. | | 4000. |
| | 30000. | |
| | *il partitore.* | |

liani fanno la ½. delli Tedeschi, & Vngari, & li Vngari la ⅓. delli Tedeschi, & Italiani, come è manifesto.

Questione 24. XXIV. Mi è parso di porre quì quell'artificio di Archimede, con il quale si come riferisce Vitruuio nel lib. 9. al cap. 3. ritrouò il furto d'vn certo Orefice in vna corona d'oro, cioè quanto argento haueua mescolato, senza disfare la corona. Perche hauendo Hierone Rè deliberato di offerire per voto alli suoi Dei vna corona di puro oro, l'Orefice tolta vna parte dell'oro, vi mescolò altrettanto argento. Onde sdegnatosi Hierone d'essere così burlato, (per dire, come parla Vitruuio) nè sapendo come ritrouare tal furto, pregò Archimede, che pigliasse cura di pensarui sopra. Egli all'ora hauuta questa commissione, se ne entrò à caso nel bagno, & iui descendendo nel vaso, considerò, che tanta acqua n'vsciua fuori del vaso, quanta parte del suo corpo in quella entraua. Onde hauendo di quà ritrouata la ragione della risolutione del quesito proposto, nō si fermò punto, ma spinto dall'allegrezza saltò subito fuori del vaso & andando ignudo verso casa, si faceua intendere ad alta voce di hauer trouato, ciòche cercaua. Perche correndo spesso spesso gridaua alla greca εὕρηκα εὕρηκα. Et all'hora da combattimento di questa inuentione, si dice hauer fatto due masse del medesimo peso con la corona, vna d'oro, & l'altra d'argento. Doppo che hebbe fatto così, pigliò vn vaso grande, & lo empì d'acqua insino al colmo, & in quello pose la massa d'argento, della quale quanta parte s'attuffò nel vaso, tanta acqua vscì fuori;

&

& così leuata via la massa, riempì quanto era calato, misurandolo con vna misura, di modo, che'l vaso fusse pieno infin'alla bocca, come era prima. Et così da quello ritrouò di quanto vna certa misura d'acqua a vn certo peso di argento rispondesse. Et come hebbe esperimentato questo, all'hora pose similmente la massa d'oro nel detto vaso pieno; & quella cauata, con la medesima ragione, adoperando la misura stessa, ritrouò, che quell'acqua, non v'era vscita tanta, ma tanto manco, quanto manco grande di corpo del medesimo peso era la massa dell'oro, che dell'argento. Dipoi riempito il vaso, & nella medesima acqua posta la corona stessa, ritrouò la corona hauer buttata più acqua, che la massa d'oro del medesimo peso; & così discorrēdo da quello, che più acqua haueua buttata la corona, della massa d'oro, ritrouò il mescolamento dell'argento nell'oro. Fin qui Vitruuio. Dichiaramo hora noi, in che modo per la regola del falso il detto furto, ò mescolamento si possi ritrouare, seruendoci di quello artificio di Archimede.

Pongasi per essempio, quella corona esser stata di 100. libre, & quella posta nel vaso hauer buttata 65. libre d'acqua; ma posta nel medesimo vaso la massa d'oro schietto di 100. libre, hauer buttata 60. libre; & finalmente posta nel medesimo vaso la massa d'argento schietto hauer buttata 90. libre d'acqua. Fingi adunque, che l'Orefice habbia rubbato 40. libre di oro, & che habbia rimesse tante altre libre d'argento, si che nella corona fussero 60. libre d'oro, & 40. libre d'argento. Vedi hora, se la corona così meschiata butti 65. libr.

libr. d'acqua. Il che così saprai. Dì: Se 100. libre d'oro buttano 60. libr. d'acqua, quanta acqua buttaranno 60. libre d'oro? Et se 100. libre d'argento buttano 90. libre d'acqua, quãta acqua buttaranno 40. libre d'argento? & ritrouarai nell'vna, & l'altra operatione 36. libr. d'acqua; si che la corona buttata 72. libre d'acqua. Ma doueua buttare solamente 65. libre. Adunque hauemo ecceduto la verità in 7. Fingi adesso, che l'Orefice habbia rubbato 30. libre d'oro, & perciò nella corona esserci 70. libre d'oro, & 30. d'argento. Dì adunque: Se 100. libre d'oro buttano 60. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno 70. libre d'oro? Et se 100. libre d'argento buttano 90. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno 30. libre d'argento? & ritrouarai nella prima operatione 42. libre, & nell'altra 27. che fanno 69. libre d'acqua Ma doueuano essere solamente 65. libre. Di nuouo adunque hauemo ecceduto la verità in 4. Opera secondo la regola, & ritrouarai l'Orefice hauer rubato libre $6\frac{2}{3}$. d'oro, & perciò in quella corona essere mescolate libre $83\frac{1}{3}$. d'oro, & $16\frac{2}{3}$. d'argento. Et per prouarlo, dì: Se 100. libre d'oro buttano 60. libre d'acqua quanta acqua buttaranno libre $83\frac{1}{3}$. d'oro? Et se 100. libre d'argento buttano 90. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno libre $16\frac{2}{3}$. d'argento? & ritrouarai nella prima operatione 50. libre d'acqua, & nell'altra 15. libre d'acqua, le quali tutte fanno 65. libre d'acqua, cioè, quante hauemo po-

| 60. | X | 70. |
|---|---|---|
| 40. | | 30. |
| P | | P |
| 7. | | 4. |
| | 3. | |
| | *il partitore.* | |

posto, che la corona ne buttaua.

Nel medesimo modo si sarebbe ritrouato il furto, ancorche le masse d'oro, & d'argento non fussero state di 100. libre, come era la corona; ma di qual si voglia numero di libre, come per esempio la massa d'oro di libr. 10. & la massa dell'argento di libr. 20. perche diligentemente si cerchi, quant'acqua ciascheduna massa ne butti. Noi poniamo per essempio, che 10. libre d'oro buttino 6. libre d'acqua, ma 20. libre d'argento 18. libre d'acqua. Onde nella prima positione dirai. Se 10 libre d'oro buttano 6. libre d'acqua, quanto d'acqua buttaranno 60. libre d'oro? &c.

Se la corona si porrà di 300. libre, & le masse d'oro, & d'argento d'altre tante libre, con questa conditione; che la corona ne cacci 218. libre d'acqua; ma l'oro 206. libre d'acqua, & l'argento 230. libre d'acqua ritrouaremo nella corona essere state poste 150. libre d'oro, & altre tante d'argento. Come si vede in questi due ponimenti nel primo de i quali si pongono 100. libre d'oro, & 200. libre d'argento ma nel secondo 101. libre d'oro, & 199. d'argento, &c. Con questo artificio adunque, & ingegno si ritrouarà in qual si voglia massa d'oro, & d'argento composta quanto d'oro, & quanto d'argento ci sia meschiato.

| | | |
|---|---|---|
| 100. | X | 101. |
| 200. | | 199. |
| P | | P |
| 4. | | $2\frac{23}{21}$. |
| | $\frac{2}{1}$ | |
| | *il partitore.* | |

DELLE

# PROGRESSIONI ARITMETICHE.

## Cap. XXIV.

*Che cosa sia progressione Aritmetica.*

PROGRESSIONE Aritmetica, è vn ordine di più numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con vguali auanzi. Come quì vedi.

*Progressione naturale de i nu. che comincia dal 1.*
1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.&c.

*Progressione de i nu. dispari, che comincia dal 1.*
1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27. &c.

*Progressione de i numeri pari, che comincia dal 2.*
2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.26.28. &c.

*Che cosa sia progressione naturale de i num. & di numeri dispari, & pari.*

Peroche la prima di queste tre progressioni si dice progressione naturale de i numeri, & comincia dall'1. nella quale tutti li numeri, per ordine si auanzano l'vn l'altro con vna vnità. Ma la seconda si dice progressione de i numeri dispari, & comincia ancora dall'1. ne la quale tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine con 2. La terza finalmente si domanda progressione de i numeri pari, & comincia da 2. che è il primo numero paro, si come anco l'1. è il primo numero disparo, anzi il primo di tutti li numeri, benche impropriamente. Et in questa progressione de i numeri pari, tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro ancora per ordine con 2. si come anco nella progressione delli numeri dispari. Del medesimo modo qui.

*Altre progreſſioni.*

2.5.8.11.14.17.20.23.26.29.&c.

4.8.12.16.20.24.28.32.36.40.&c.

La prima di queſte progreſſioni comincia dal 2. & camina ſempre innanzi con 3. atteſo, che tutti li numeri in quella ſi auanzino l'vn l'altro per ordine in 3. Ma la ſeconda incomincia dal 4. & ſeguirà caminando per il medeſimo numero 4. poiche in quella tutti li numeri ſi auanzano l'vn l'altro per ordine in 4.

Ciaſcheduna progreſſione Aritmetica ſi continouarà verſo li numeri maggiori, ſe la differenza, ouero l'eccesſo s'aggiongerà a quel numero, doppo il quale la progreſſione s'ha da continouare, & eſtendere. Come ſe queſta progreſſione 4.9.14. 19.24. s'hauerà da continouare doppo il 24. aggiongeremo la differenza, ouero l'eccesſo della progreſſione, cioè 5. (la qual differenza ouero eccesſo ritrouaremo ſottrahendo il primo numero della progreſſione del ſecondo, ouero qual ſi voglia altro dal proſſimo maggiore nella medeſima progreſſione,) all'vltimo num. 24. & faremo 29. Di nuouo à queſto numero aggiongeremo 5. & faremo 34. & così di mano in mano ſenza fine. Così ancora ſe alcuno vorrà cominciare la progreſſione del 7. & continouarla per la differenza, ouero eccesſo 6. s'hauerà d'aggiongere 6. a 7. acciò ſi faccia 13. per il ſecondo numero della progreſſione. Di più 6. a 13. acciò ſi faccia 19. per il terzo numero, &c.

*La progreſſione Aritmetica, in che modo ſi continoui.*

*In che modo ſi ritroui la differẽza della progreſſione Aritmetica.*

Al medeſimo modo la progreſſione Aritmetica ſi continouarà andando all'indietro, ſe la differenza della progreſſione ſi ſottrarà dal mi-

nor nu.estremo. Come se questa progressione 30. 37.44.51.58. s'hauerà da cōtinouare verso li minori nu. leuaremo la differēza 7. dal minor'estremo 30. acciò ne restino 23. Di nuouo da 23. leuaremo 7. acciò ne rest no 16. Di nuouo da 16. cauaremo 7. acciò ne restino 9. Et di nuouo leuaremo 7. acciò ne auanzino 2. dal qual n. non si può più leuare 7. & per questo detta progressione nō si può più sminuire. Così ancora, se alcuno vorrà cominciare la progressione del 40. & seguitare cō la differenza 4. verso l'vnità, s'hauerāno da leuare 4. da 40. acc ò ne restino 36. Di più 4. da 36. acciò ne restino 32. Di nuouo 4. da 32. acciò n'auāzino 28. Di più 4. da 28. acciò ne rimanghino 24. &c.

*La progressione Aritmetica non si può diminuire in infinito.*

E proprio della progressione Aritmetica di tre num. che la somma delli estremi sia vguale al nu. di mezzo doppiato. Come quì 7.18.29. si vede, & si dimostra questo da Giordano nella progressione 2. del lib. 1. della sua Aritmetica. Ma della progressione Aritmetica di 4. nu. è proprio, che la sōma delli estremi sia vguale alla sōma delli due nu. di mezzo. Come quì si vede, 4.12. 20. 28. & si dimostra questo da Giordano nella pro; ositione 3. del lib. 1. della su i Aritmetica. Et questo non solo è vero in 4. nu. che s'auanzino l'vn l'altro per ordine, senza interuallo co'l medesimo nu. come sono li nu. del datto essempio: ma ancora in 4. num. li quali non seguitamente si auanzino l'vn l'altro in vn medesimo num. purche sia la medesima differenza tra il primo, & il secondo, che è trà il terzo, & il quarto, come quì vedi, 4.12. 30.38.

*Proprietà della progressione Aritmetica di tre num. Proprietà della progressione Aritmetica di quattro numeri.*

*Proprietà della progressione Aritmetich di quanti si voglia ter*

Da queste due proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Aritmetica, che ha il nu. de i termini,

ni,ò nu. suoi disparo, cioè, che ha 3. termini, ò. 5, ò 37. &c. sarà la somma delli termini, num. estremi, cioè, del primo, & dell'vltimo, vguale a qualunq; somma di due numer. di mezzo quali si siano, che vgualmente siano distanti da gl'estremi: & vguale ãcora al nu. di mezzo doppiato, come quì si vede. *mini, se il num. de i termini sarà disparo.*

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.43.

Imperoche essendo, che questi numeri, 3. 7. 39. 43. habbino la medesima differenza, ancorche non continouata, (perche la medesima differenza è tra 3. & 7. che tra 39. & 43.) sarà per quello che poco fà hauemo detto, la somma delli estremi 3. & 43. vguale alla somma de i num. di mezzo 7. & 39 & per la medesima ragione la somma di 7. & 39. sarà vguale alla somma di 11. & 35. perche questi numeri 7. 11. 35. 39. hanno la medesima differenza, ancorche non continouata: & così degl'altri, fin che verremo alli tre numeri di mezzo 19. 23. 27. li quali hanno la medesima differenza: Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato, sarà la somma delli estremi 19. & 27. vguale al doppio del numero di mezzo 23. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Aritmetiche di questa sorte.

Dalla seconda proprietà ancora si caua, che in ogni progressione Aritmetica, della quale il numero de i termini è paro, cioè, che ha 4. termini, o 10. ò 18. &c. la somma delli estremi sarà vguale a qual si voglia somma di qualunque due numeri di mezzo vgualmente distanti dalli estremi, come quì è manifesto. *Proprietà della progressione Aritmetica di quanti si voglia termini, se il num. dei termini sarà paro.*

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.

Ilche prouaremo, come prima, eccettuando

solo questo, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezzo, 15. 19. 23. 27. & non solamente tre come prima, perche quì non è vn solo numero di mezzo, ma due. Hora seguono alcune regole appartenenti, alle progressioni Aritmetiche.

## REGOLA I.

*La somma di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo si ritroui.*

SE in qual si voglia progressione Aritmeticha sarà conosciuto il numero de i termini, insieme co'l minore, & maggiore estremo, cioè co'l primo, & vltimo numero, verremo in cognitione della somma di tutti i termini in questo modo. Aggiongasi il primo termine all'vltimo, & la somma si moltiplichi per il num. delli termini. Imperoche la metà del numero prodotto sarà la somma di tutti i termini. Come in questa progressione.

*La somma di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo altrimente si ritroui.*

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37.

Dal 4. & 37. fanno 41. che moltiplicati per il numero delli termini, cioè, per 12. (perche sono 12. numeri in questa progressione) fanno 492. La metà di questo num. cioè 246. è la somma di tutti i termini della data progressione. Et la medesima ragione è in tutte l'altre.

Questa regola da alcuni si diuide in due parti, in questo modo. Quando il numero de i termini è paro, moltiplicano la somma del primo, & vltimo termine per la metà del numero delli termini. Ma se il numero de i termini è disparo, moltiplicano la metà della somma del primo, & vltimo termine (perche quando il numero delli termini è disparo, sempre quella somma è numero paro,) per il numero delli termini. Perche

in

in questo modo sempre si produce la somma di tutti li numeri della progressione. Ouero in questo modo. Quando la somma del primo, & vltimo termine è numero paro, moltiplicano la metà di quella per il numero delli termini, ò che sia paro ò disparo. Ma se quella somma è numero disparo, moltiplicano quella per la metà del numero de i termini il qual num., all'hora sempre è paro. Come nell'essempio di sopra, perche il numero de i termini è paro, cioè 12. Ouero perche la somma del primo termine, & vltimo è numero disparo, cioè 41. moltiplicano quella per 6. cioè per la metà del numero de i termini, & fanno la somma di tutti li numeri 246 come prima. Ma in queste due progressioni, nella prima delle quali il numero de i termini è paro, cioè 10. & nell'altra disparo, cioè 11. perche la somma del primo termine, & vltimo è numero paro, cioè 42. nella prima progressione, & nella seconda 38. moltiplicano tanto la metà di quella somma.

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.

4.7.10.13.16.19.22.25.28.31.34.

Cioè 21. per 10. cioè per il numero de i termini, quanto la metà di questa somma, cioè 19. per 11. cioè, per il num. de i termini. Et così nella prima progressione fanno la sõma 210. & nell'altra 209.

La ragione di queste regole è questa. Perche hauemo detto, che quando il numero de i termini è paro, la somma delli estremi essere vguale à qual si voglia somma di due numeri di mezzo, quali tù vuoi, pur che siano vgualmente distanti dalli estremi, seguita, che tutte le somme insieme siano tante, quante vnità sono nella metà del nu-

mero de i termini, Onde se vna somma di quelle, cioè, la somma delli estremi, si moltiplicarà per la metà del numero de i termini, si produrrà la somma di tutte le somme. In oltre, perche hauemo insegnato, che quando il numero de i termini è disparo, la sōma delli estremi esser vguale a qual ti piace somma di qual si voglia due numeri di mezzo distāti vgualmente dalli estremi, & di più al doppio del numer. di mezzo; seguita, che il nu. di mezzo sia la metà di qual si voglia somma. Aduuque tutte le somme insieme co'l numero di mezzo conterranno tante mezze parti di vna somma, quanti sono li termini della progressione. Se adunque la metà di vna somma, cioè, la metà della somma delli estremi, si moltiplicarà per il numero de i termini, si produrrà la somma di tutti i termini.

Si che, come vedi basta che si conosca il primo termine, & l'vltimo, insieme co'l numero de i termini, per cauar la somma di tutta la progressione Aritmetica, ancorche non si sappino li termini di mezzo. Ma in che modo dalla cognitione del primo numero, insieme co'l numero de i termini, & dalla differenza della progressione si ritroui l'vltimo termine, lo dichiararemo nella seguente regola.

*Modo particolare di ritrouare la somma della progressione naturale delli numeri.*

Hora nella progressione naturale delli numeri ahe comincia da 1. breuissimamente si trouarà la somma di tutti li termini in questo modo; Si moltiplichi l'vltimo numero (il quale sempre dimostra il numero de i termini. Perche tanti termini sono, quante vnità nell'vltimo num. si contengono) per il num. prossimo maggiore. Perche

la

la metà di questo numero prodotto è la somma di tutti li termini. Come quì.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo numero 11. per 12. che il numero prossimo maggiore del 11. si produce il numero 132. la metà del quale, cioè 66. è la somma di tutta la progressione. Così ancora in questa progressione.

*Il numero delli termini della progressione naturale è un vltimo termine.*

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo num. 10. per 11. che è il numero prossimo maggiore del 10. si fa il numero 110. la metà del quale, cioè 55. è la somma di tutta la progressione.

Di modo, che se alcuno vorrà la somma della progressione naturale, che si termini in qual si voglia numero determinato, come dire, in 100. cioè nella quale siano 100. termini, s'hauerà da moltiplicare l'vltimo numero proposto nel quale si dice finirsi la progressione, come quì il num. 100. per il numero prossimo maggiore come quì per 101. Imperoche la metà del num. prodotto, la quale in nostro essempio è 5050. (poiche'l numero prodotto è 10100.) sarà la somma di tutta la progressione. Et la medesima ragione è nell'altre progressioni naturali, che terminano in altri numeri.

*Altro modo di ritrouare la somma della progressione naturale delli numeri.*

Altri diuidono questa regola ancora in due in questo modo. Se l'vltimo numero è moltiplicano il numer. prossimo maggiore per la metà dell'vltimo numero. Ma se è disparo, moltiplicano quello nella metà del numer. prossimo maggiore Perche in questo modo sempre si produce la somma di tutti i numeri della progressione.

Come

Come nella seconda progressione naturale di sopra moltiplicano 11. che è il numero prossimo maggiore dell'vltimo numero, per 5. cioè, per la metà dell'vltimo numero, & fanno 55. che è la somma di tutta la progressione, come prima. Ma nella prima progressione naturale di sopra, moltiplicano 11. cioè l'vltimo numero, per 6. cioè, per la metà del numero prossimo maggiore dell'vltimo numero, & fanno 66. cioè, la somma di tutta la progressione, come prima.

*Particolar modo di ritrouare la somma delli numeri dispari.*

Nella progressione ancora delli numeri dispari, che comincia dall'vno con poca fatica si ritrouarà la somma di tutti li termini, che se si moltiplicarà il numero de i termini in se stesso. Come quì.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.

Dalla moltiplicatione di 10. che è il numero de i termini in se stesso si fa il num. 100. che è la somma di tutta la progressione.

*Il numero nella progressione delli numeri dispari, in che modo si ritroui.*

Ma il numero de i termini facilmēte s'hauerà se all'vltimo numero si aggiongerà 1. & si pigliarà la metà del num. composto. Come nel dato essempio, se s'aggiongerà 1. à 19. si farà il num. 20. la metà del quale, che è 10. mostra il numero de i termini essere dieci.

Si che, se alcuno vorrà la sōma della progressione de i numeri dispari, che si termini in qual si voglia numero disparo proposto, come dire, in 67. s'hauerà d'aggiongere 1. al dato numero, che quì è 67. perche la metà del num. proposto, la qual nel nostro essempio è 34. atteso, che il numero composto è 68.) farà il num. de i termini della progressione proposta. Il quale in se mol-

tiplicato, produrrà la somma di quella progressione. Come nel dato essempio, doue il numero de i termini è 34. se si moltiplicarà 34. in se stesso, si farà il numero 1156. che è la somma di quella progressione. Et così nell'altre progressioni di numeri dispari, che terminano in altri numeri.

Finalmente nella progressione delli numeri pari, che comincia da 2. senza fatica alcuna si ritrouarà ancora la somma, se la metà dell'vltimo num. la quale sempre mostra il numero delli termini della progressione di quelli num. pari, quante sono l'vnità nella metà dell'vltimo termine, si moltiplicarà per il numero prossimo maggiore di quella metà. Come quì. *Particolar modo di ritrouar la sõma delli num. pari. Il numero delli termini della progressione delli num. pari, in che modo si ritroui.*

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.

Dalla moltiplicatione di 12. (Il qual numer. è la metà dell'vltimo termine, ouero il num. de i termini) per 13. che è il numero prossimo maggiore di quella metà, ouero di quel numero de i termini, si fa il num. 156. cioè la somma di tutti quelli numeri pari.

Onde se alcuno vorrà la somma della progressione delli numeri pari, che si termini in qual si voglia numero paro come dire, in 100. s'hauerà da moltiplicare la metà dell'vltimo numero proposto, la quale nel nostro essempio è 50. per il numer. prossimo maggiore di quella metà, il quale quì è 51. perche il prodotto numero, che quì è 2550. sarà la somma di quella progressione, & il num. de i termini sarà 50. cioè, la metà dell'vltimo num. 100. nel quale si dice finirsi la

pro-

progressione. Et così dell'altre progressioni de i numeri, che terminano in altri numeri.

## REGOLA II.

*L'vltimo termine di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo si caui dal numero delli termini insieme co'l primo termine, & la differenza della progressione.*

SE in qual si voglia progressione Aritmetica sarà noto il numero de i termini, insieme co'l primo termine, & la differenza della progressione, ritrouaremo l'vltimo termine, ancorche non habbiamo li termini di mezzo, in questo modo. Dal numero de i termini si leui vno, & quello che resta, si moltiplichi per la differenza, & vltimamente à questo prodotto s'aggionga il primo termine. Perche il numero composto sarà l'vltimo termine. Come se il primo termine di alcuna progressione sia 3. & il numero de i termini sia 10. & la differenza 8. conosceremo il decimo termine, cioè l'vltimo di questa progressione, senza quelli di mezzo in questo modo. Dal numero de i termini, che è 10. leuaremo 1. & moltiplicaremo il numero 9. che rimane per 8. cioè, per la differenza della progresſione, & finalmente al prodotto numero 72. aggiongeremo 3. cioè, il primo termine. Perche il numero composto 75. è il decimo termine della progressione, della quale primo termine è 3. & la differenza 8. come quì si vede, doue si pongono tutti li termini.

3. 11. 19. 27. 35. 43. 51. 59. 67. 75.

*Questione delli buoui di Augia.*

Adunque se alcuno proporrà questa questione. Augia. (che fù vn certo Rè del Peloponneso, che hoggi si dice Morea) essendo domandato da Hercole del numero de i buoui, che haueua, ris-

rispose: tutti li suoi buoui per 40. luoghi così essere distribuiti, che quante volte nel primo luogo si contengono 3. buoui, tante volte nel secondo siano 5. nel terzo 7. nel quarto 9. &c. Andò Hercole al primo luogo, & ritrouò buoui 30. Adũque quanti buoui haueua Augia, & quanti buoui furono nell'vltimo luogo? Si sciorrà questa questione in questo modo. Perche nel primo luogo sono dieci volte 3. buoui, saranno per tanto del secondo luogo dieci volte 5. cioè 50. & nel terzo dieci volte 7, cioè 70. & così di mano in mano, si che si constituisca vna progressione Aritmetica, della quale il primo termine sia 30. & la differenza 20. & il num. de i termini 40. S'hauerà adunque da cercare l'vltimo num. in questo modo. Da 40. che è il numero de i termini, si leui 1. & il num. 39. che resta, si moltiplichi per 20. cioè, per la differenza, & al numero prodotto 780, s'aggionga il primo termine 30. Perche così si farà l'vltimo termine, ouero il quadragesimo, 810. & tanti buoui furno nell'vltimo luogo.

Hora ritrouato l'vltimo termine, s'hauerà da ritrouare con quello, & co'l primo termine, insieme co'l num de i termini, per la prima regola, la somma di tutta la progressione, in questo modo. Il primo termine 30. s'aggionga all'vltimo termine 810. & il numero composto 480. si moltiplichi per 20. cioè, per la metà del numero de i termini. Imperoche il num. prodotto 16800. è la somma di tutta la progressione; & conseguentemente il numero delli buoui di Augia. Ma acciò si vegga, quanti buoui furno in ciascun luogo, & perciò nell'vltimo luogo essere stati 810.

ha-

hauemo posto quì tutta la progressione.

( 30.50.70.90.110.130.150.170.190.210.230.250.270.290.310.330.350.370.390.410.430.450.470.490.510.530.550.570.590.610.630.650.670.690.710.730.750.770.790.810. )

*Questione de i capitani*

Simile questione sarebbe, se vno dicesse così. L' Imperatore tra 20. più valorosi Capitani distribuì li denari ritrouati nel sacco di vna Città, con questa conditione, che à quello, che era stato l'vltimo à salire le mura dell'inimici, diede 100. scudi, al penultimo 130. all' antepenultimo 160. & così di mano in mano nel medesimo modo seguitando. Quanto adunque fù la somma delli denari & quanto n'hebbe quello, che fù il primo à salire il muro? Imperoche se da 20. cioè, dal num. de i termini (perche tanti sono li termini in questa progressione, quanti sono li Capitani) leuarai 1. & il numero che resta, moltiplicarai per 30. cioè, per la differenza della progressione, & al numero prodotto 570. aggiongerai il primo numero cioè. 100. farai 1670. per l' vltimo termine della progressione: & tanti scudi hebbe il primo Capitano. Hora ritrouato l'vltimo termine, se à quello s' aggiongerà il primo, cioè 100. acciò si faccino 770. & questo numero si moltiplicarà per 10. cioè, per la metà del numero de i termini, si farà la somma di tutti i termini 7700. Adũque tanta fù la somma delli denari distribuiti. Ma tutta la progressione così starà.

100.130.160.190.220.250.280.310.340.370.400.430.460.490.520.550.580.610.640.670.

DEL-

# DELLE PROGRESSIONI GEOMETRICHE.

## Cap. XXV.

PROGRESSIONE Geometrica, è vn ordine di più numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con la medesima proportione. Come quì si vede. *Progressione Geometrica, che cosa sia.*

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.1024.2048.&c.

1.3.9.27.81.243.729.2187.6561.19683.&c.

3.6.12.24.48.96.192.384.768.1536.&c.

Imperoche la prima di queste progressioni và caminando per la proportione dupla, si che ciaschedun num. sia due volte maggiore del numero prossimo precedente: Et la seconda procede per la proportione tripla; si che ciaschedun numero sia triplo à quello, che più vicino li và auanti; & l'vna, & l'altra di queste progressioni comincia dall'1. Finalmente la terza progressione seguita ancora per la proportione dupla, non piglia però principio dall'1. ma dal 3.

Si continoua ciascheduna progressione Geometrica verso li numeri maggiori, così moltiplicati per il Denominatore della proportione quel numero, doppo il quale la progressione si deue estendere, & cõtinuare. Come se questa progressione della proportione tripla 4.12.36. s'habbia da cõtinuare doppo 36. moltiplicaremo l'vltimo nu- *La progressione Geometrica in che modo si continui. Il Denominatore della proportione nella progressione Geometrica.*

num. 36. per il Denominatore 3. della proportione, (il qual Denominatore ritrouaremo co'l diuidere il secondo numero per il primo, ouero qual si voglia altro per il prossimo minore nella medesima progressione (faremo 108. che sarà il quarto num. della progressione. Il quale di nuouo moltiplicaremo per 3. e produrremo 324. cioè, il quinto numero della progressione; & così si procederà di mano in mano infinito. Così ancora se alcuno vorrà cominciare la progressione dal 7. & seguitare per la proportione quintupla, il Denominarore della quale è 5. s'hauerà da moltiplicare 7. per 5. per fare 35. per il secondo num. della progressione. Et di nuouo 35. per 5. per fare 175. per il terzo num. & di più 175. per 5. per fare 875. per il quarto numero, &c.

Similmente la progressione Geometrica si cõtinoua tornando indietro verso il minor numero, se il minor' estremo si diuiderà per il Denominatore della proportione. Come se quella progresione 64. 128. 256. 512. s'hauerà da continouare verso li minori numeri, partiremo il minor' estremo 64. per 2. (atteso, che il Denominatore della proportione sia 2.) & faremo 32. Il qual nu. di nuouo partiremo per 2. & ritrouaremo 16. & così di mano in mano in infinito, come in questo essempio si vede.

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. &c.

La progressione Geometrica infinitamente si diuisce in infinito.

E mai sarà fine in questo sminuuire, ò scemare nella progressione Geometrica. Così ancora se alcuno vorrà incominciare la progressione da 200. & andare verso l'vnità per la proportione sesquialtera, il Denominatore della quale è 2. $\frac{1}{2}$. diui-

uideremo 100. per $1\frac{1}{2}$. per fare $66\frac{2}{3}$. per il secondo numero della progressione, Il quale di nuouo partiremo per $1\frac{1}{2}$. acciò facciamo $44\frac{4}{9}$. per il terzo num. &c.

E proprio della progressione Geometrica di tre numeri, che il numero, il qual si produce dal primo numero nel terzo, sia vguale al numero, che si fa dal numero di mezzo moltiplicato in se stesso. Come quì si vede, 3.9.27. & si dimostra di Euclide nella propositione 20. del lib. 7. *Proprietà della progressione Geometrica di tre termini.*

Ma dalla progressione Geometrica di quattro numeri è proprio, che il numero, che si fa dalla moltiplicatione del primo numero del quarto, sia vguale al numero, che si produce dal secondo nel terzo. Come si quì si vede, 2.6.18.54. & si dimostra da Euclide nella propositione 19. del lib. 5. Et questo non solo è vero in quattro numeri continouamente, & senza interuallo proportionali, come sono di quattro numeri del dato essempio, ma ancora in quattro, che non siano continouamente, ma interrottamente proportionali, pur che sia la medesima proportione del secondo al primo, che è del quarto al terzo, come quì si vede, 3.6.10.20.

Da queste proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Geometrica, della quale il numero de i termini è disparo, cioè, che à 3. termini, ò 5. ò 9. &c. il numero, che si fà dalla moltiplicatione delli estremi trà di loro, sarà vguale al numero, che si produce dalla moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezzo vgualmente distāti dalli estremi, & di più al nu. che si fa da quello di mezzo in se stesso moltiplicato, Come quì si vede.

3.6.12.24.48.96.192.384.768.

Imperoche essendo, che questi quatro numeri 3.6.384.768. habbiano vna medesima proportione, ancor che non sia continoua, sarà per tāto per quello, che poco fa hauemo detto, il numer. che si fà dal 3. nel 768. vguale à quello, che si fa dal 6. nel 384. Per la medesima ragione il nu. che si fa dal 6. in 384. sarà vguale a quello, che si produce dal 12. nel 192. per hauer questi quattro n. 6.12.192.384. vna medesima proportione, ancorche non continoua, & così degl'altri se sarāno più, che veniamo alli tre di mezzo 24.48.96. li quali hanno vna medesima proportione. Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato, il nu. prodotto dal primo nel terzo sarà vguale al nu. che si produce da quello di mezzo in se stesso moltiplicato. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Geometriche di questa sorte.

*Proprietà della progressione Geometrica di quāti si voglia termini, se il numer. de i termini sarà paro.*

Della seconda proprietà si caua ancora, che in ogni progressione Geometrica, della qualle il num. de i termini è paro, cioè, che hà 4. termini, ò 8. ò 100. &c. il numero prodotto dalla moltiplicatione delli estremi trà di loro, sarà vguale al numero, che si produce dalla moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezzo vgualmente distanti dalli estremi tra di loro. Come qui è manifesto.

3.6.12.24.48.96.192.384.

Il che prouaremo, come prima, eccettuando solamente questo, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezzo, 12. 24. 48. 96. & non solamente tre, come prima. Perche qui non è solo vn numero di mezzo, ma due. Hora

ra seguitano alcune regole appartenenti alle progressioni Geometriche.

REGOLA I.

SE in qualsi voglia progressione Geometrica sarà conosciuto il Denominatore della proportione, insieme con il minore, & maggiore estremo, cioè, con il primo, & ultimo numero verremo in cognitione della somma di tutti i termini, in questo modo. Leuisi il primo termine dall'ultimo, & il nu. che resta, si diuida per il nu. che sia d'una unità minore del Denominatore. Perche se al Quotiente s'aggiõgerà l'ultimo termine, ouero il maggiore estremo, si scoprirà la sõma di tutti i termini. Come in questa progressione.

La sõma di qual si voglia progressione Geometrica, in che modo si ritroui.

3.12.48.192.768.3072.12288.49152.

Leuato il 3. dal 49152. riman 49149. Et perche il Denominatore della proportione quadrupla, che hanno li numeri della data progressione; è 4. diuideremo 49149. per 3. & al Quotiente 16383. aggiongeremo l'ultimo termine, ò il maggiore estremo 49152. & faremo la somma di tutta la progressione 65535. Così ancora.

4.6.9.13½.20¼.30⅜.45 9/16.

Leuato il 4. dal 45 9/16. resterà 41 9/16. il qual num. se si diuiderà per ½. (Perche 1½. è il Denominatore della proportione sesquialtera, che hanno li num. di questa progressione, & leuato 1. rimane ½.) si farà il Quotiente 83⅛. al quale se s'aggiongerà l'ultimo nu. ouero il maggior estremo 45 9/16. si farà la somma di tutta la progressione 128 11/16. Et nel medesimo modo ritrouaremo la sõma

*Particolar modo di ritrouare la somma della proportione dupla, della quale il principio è 1. Nella progressione della proportione dupla, che comincia dall'1. ciascheduno numero, leuatane prima l'unità è la somma di tutti li num. antecedenti.*

di qual si voglia altra progressione Geometrica.

Si che, come tù vedi, basta, che si conosca il primo termine, & l'vltimo, insieme co'l Denominatore della proportione per ritrouare la somma di tutta la progressione, ancorche non si sappiano li termini di mezzo. Ma in che modo possiamo venire in cognitione dell'vltimo termine, ancorche non si continoui tutta la progressione, lo dichiararemo nella seguente seconda regola.

Nella progressione però Geometrica della proportione dupla, della quale il principio è 1. facilissimamente si ritrouarà la somma di tutta la progressione di quanti si voglia termini, se l'vltimo termine si adoppierà, cioè si moltiplicarà per 2. & dal numero così doppiato se ne cauerà 1. Come qui.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.

Se l'vltimo termine 512. si radoppiarà & dal doppiato 1024. se ne leuerà 1. se n'hauerà la somma di tutta la progressione, 1023.

Dal che seguita, che qual si voglia numero in questa sorte di progressione, leuando prima vna vnità, sia la somma di tutti li termini precedenti conciosia, che ciascuno termine sia doppio del numero prossimo precedente.

## REGOLA II.

*Se nella progressione Geometrica che comincia dall'1. al.*

IN ogni progressione Geometrica, che comincia dall'1. qual si voglia numero moltiplicando se stesso produce il numero, che stà tanto lontano da quello, quanto esso stà lōtano dall'vnità. Et qual si voglia numero moltiplicando vn'altro

maggiore, qualunque si sia, produce il numero che sta tanto lontano da quello maggiore, quanto esso minore sta lontano dall'vnità. Questa regola chiarissimamente si caua dalla propositione IX. del libro 8. di Euclide, si come nel scolio della medesima propositione, hauemo dichiarato. Come in questa progressione della proportione dupla. *cum num. moltiplica se stesso, o contro altro num. che luogo occupi il num. prodotto.*

1.2.4.8.16.32.64.128.256.516.1024.

Se il numero 16. che tiene il quinto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 256. che ancora tiene il quinto luogo doppo il numero 16. cioè, il nono nella progressione. Così ancora, se il num. 32. che occupa il sesto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 1024. che tiene ancora il sesto luogo doppo 32. cioè, l'vndecimo nella progressione. Di più il numero 8. nel quarto luogo moltiplicando il numero 64. produce il numero 510. da douersi porre nel quarto luogo doppo il numero 64.

Di modo che si porrà di quà cauare questa regola. Se nella progressione Geometrica, della quale il principio è 1. qualunque numero, che occupi qual si voglia luogo, moltiplicarà se stesso, si produrrà vn numer. da porsi nel luogo doppio maggiore, manco di vn'vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato. Come se il numer. che moltiplica se stesso, occupa il terzo luogo, si farà il numero da scriuersi nel quinto luogo: Et se oc-cupa il settimo luogo, si produrrà il numero da porsi nel terzodecimo luogo, &c. Il che chiaramente è stato dimostrato nella superiore pro- *Ciascheduno num. nella progressione Geometrica, che comincia dall'1. moltiplicando se stesso produca il num. da douersi*

gressione della proportione dupla, & l'istesso ancora manifestissimamente si vede in questa progressione della proportione quadupla.

*porre nel luogo dop. più maggiore manco d'un'unità del num. che moltiplica.*

1.4.16.64.256.1024.4096.16384.65536.

Perche se il numero 64. posto nel quarto luogo moltiplicarà se stesso, farà il numero 4096. da douersi porre nel settimo luogo. Così ancora il numero 256. che occupa il quinto luogo, moltiplicando se stesso, produce il numero 65536. da porsi nel nono luogo.

Ma acciò si sapia più facilmente in qual luogo qualsi voglia nu. prodotto si deue collocare, s'hauerà da scriuere la progressione naturale de i numeri sotto la progressione Geometrica proposta, con quest'ordine. Sotto 1. cioè, sotto il primo num. si scriua 0. sotto il secondo numero si ponga 1. sotto il terzo 2. sotto il quarto 3. & così di mano in mano, come è stato fatto in queste progressioni della proportione dupla.

*La progressione naturale delli numeri in che modo dimostri, & in qual luogo ciascheduno num. prodotto si habbia da porre nella progressione Geometrica, che comincia da l'1.*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 128. | 256. | 512. | 1024. | 2048. |
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. |

Perche ciascheduno numero della progressione Geometrica moltiplicandose stesso produce il numero da porsi sopra quel numero della progressione naturale dei numeri, che è doppio di quello, che si scriue sotto il numero che moltiplica se stesso. Et qual si voglia num. moltiplicando vn'altro qual si voglia produce il num. da porsi sopra quel num. della progressione naturale de i numeri, che risulta della somma di due numeri, li quali sono posti sotto li due numeri moltiplicanti. Come se il numero 32. si moltiplichi in se stesso, produrrassi il numero 1024. da porsi sopra il

10. per essere il numero 10. doppio del numero 5. il quale si scriue sotto il num. 32. Di più, dalla moltiplicatione del 8. nel 256. si produrrà il numero 2048. che si hà da porre sopra 11. Imperoche il num. 11. si compone dal 3. & 8. li quali numeri son scritti sotto l'8. & 256.

Et perche quante vnità sono qual si voglia numero della progressione naturale dei numeri, tal luogo, & vn di più nella progressionGeometrica, occupa il numero sopra quello posto, come chiaramente si vede nel superiore essempio, facilmente ritrouaremo il numero di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, ancorche non scriuiamo tutti li numeri di mezzo. Come per essempio, s'habbia da ritrouare il numero, che s'ha da porre nel vigesimo luogo della sopradetta progressione. Prima scriuo quattro, ouero più numeri della progressione, insieme con la progressione naturale. Come tù vedi qui. *In che modo si ritroui il numero di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, che comincia dall' 1. senza il termine di mezzo.*

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Doppo moltiplico, verbi gratia, 8. in se, & fò 64. che è il num. del settimo luogo, cioè, sotto il qual è posto il numero 6. d'vna vnità minore del numero de i sette luoghi: atteso, che il numero 3. sotto l'8. doppiatto faccia 6. Che se moltiplicaremo 8. in 64. faremo il numero 512. del decimo luogo, cioè, sotto il quale si scriuerebbe il num. 9. d'vna vnità minore del numero de i dieci luoghi atteso, che li numeri 3. & 6. sotto il quarto, & il settimo luogo faccino 9. Di nuouo se il num. 512. del decimo luogo, sotto il quale si pone il num. 9. moltiplicaremo in se stesso, produrremo il

numero 262144. che s'hà da scriuere nel decimo nono luogo, cioè, sotto il quale si porrebbe il numero 18. d'vna vnità minore del numero de i dicinoue luoghi; atteso, che il numero 9. sotto il decimo luogo, doppiato faccia 18. Hora perche dal 18. il qual numero si scriue sotto il decimonono luogo, & dall' 1. che sotto il secondo luogo si pone, si fà 19. se moltiplicaremo il numero 2. posto sopra l' 1. per il numero 262144. posto sopra 18. faremo il numero 524288. che hà da scriuere nel vigesimo luogo, cioè, sott'il quale si pone il numero 20. composto dal 18. & 2.

Di più, se alcuno vorrà nella medesima progressione il numero, che s'ha da porre nel luogo decimo ottauo, moltiplicaremo 32. sotto il quale si pone 5. in se stesso, & produrremo il numero 1024. che s'ha da scriuere nell'vndecimo luogo, sotto il qual numero si pone il numero 10. che è doppio del numero 5. Et perche dal 10. il qual numero si pone sotto l'vndecimo luogo, & dal 6. che si pone sotto il settimo luogo si fà 16. il qual numero si scriue sotto il decimo settimo luogo; se il numero 64. del settimo luogo moltiplicaremo per il numero 1024. dell'vndecimo luogo, produrremo il numero 65536. del decimosettimo luogo. Finalmente perche dal 16. il qual numero si pone sotto il decimo settimo luogo, & dall' 1. che si pone sotto il secondo luogo, si fà il numero 17. che si scriue sotto il decimo ottauo luogo; se moltiplicaremo il num. 65536. del decimosettimo luogo già ritrouato per il numero 2. dal secondo luogo, faremo il num. 131072. che s'ha da scriuere del decimoottauo luogo, cioè,

cioè, sotto il quale si pone il numer. 17.

Tutte queste cose quadrano ancora, & si verificano in qual si voglia progressione Geometrica, che non comincia dall'1. ma da qual si voglia altro num. purche ciascheduno num. dalla moltiplicatione prodotto diuidiamo per il primo numer. dalla progressione perche il Quotiente sarà il numero, che si cerca. Come in questa progressione della proportione dupla si vede.

*Tutte quelle cose, che sono stato dette in questa regola della progressione Geometrica, che cominc. dall'1.*

5.10.20.40.80.160.320.640.1280.2560.5120.
0.1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Perche se si moltiplicarà in se stesso il numer. 80. che occupa il quinto luogo doppo il primo numero, si farà il numero 6400. il qual partito per il primo numero, come dire per 5. farà il Quotiente 1280. che s'ha da scriuere nel quinto luogo, doppo il numer. 80. cioè, nel nono luogo, sotto il quale si pone il numero 8. il quale è doppio del numero 4. posto sotto il num. 8. moltiplicato. Doue tù vedi, che il num. 80. del quinto luogo, quando moltiplica se stesso, produce vn numero, che partito per il primo numero della progressione fa il Quotiente 1280. che s'ha da porre nel luogo doppio maggiore, manco di vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato, poiche il numer. moltiplicato 80. stà nel quinto luogo, & il Quotiente è 1280. nel nono. Così ancora se il num. 40. nel quarto luogo moltiplicarà il numero 640. & il numero prodotto 25600. si diuiderà per il primo numero 5. si farà il Quotiente 5120. che s'hà da scriuere nel quarto luogo doppo il numero 640. cioè nel luogo 11. sotto il quale si pone il numero 10. Composto dal 3. po-

sto sotto il 40. & dal 7. posto sotto il 640. Che se moltiplicaremo il numero 1280. per 5120. faremo il numero 6553600. che partito per il primo numero 5. ci darà il Quotiente 13720. da porsi nel decimonono luogo, cioè, il quale auanza d'vna vnità il numero 18. composto dalli numeri 8. & 10. posto sotto li numeri moltiplicati.

Così parimente (acciò poniamo ancora vn'essempio in vn'altra progressione) in questa progressione della proportione settupla.

2.14.98.686.4802.33614.235298.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

1647086. 11529602. 80707214.
7. 8. 9.

Se il numero 4802 che tiene il quinto luogo doppo il primo; si moltiplicarà in se stesso, produrassi il numero 23059204. il qual partito per il primo num. cioè, per 2. ci darà il Quotiente 11529602. da porsi nel quinto luogo doppo il num. 4802. cioè, nel nono luogo, sotto il quale si pone il numero 8. che è doppio del numero 4. posto sotto il numero 4802. moltiplicato. Così ancora, se il numero 98. del terzo luogo si moltiplicarà per il num. 1647086. & il num. prodotto 161414428. si diuiderà per il primo numero 2. si farà il Quotiente 80707214. da scriuersi nel terzo luogo doppo il numero 1647086. cioè, nel luogo decimo, sotto il quale si pone il numero 9. composto dal 2. posto sotto il 98. & dal 7. posto sotto il 1647086. &c.

*In che modo il numero di*

Da queste cose facilmente ritrouaremo il numero di ciascun luogo. Imperoche se nella prima

ma progressione s'hauerà da trouare, il num. che si deue porre nel trigesimo luogo, moltiplicaremo il num. 5120. in se stesso per farne 26214400. il qual numero partito per 5. farà il Quotiente 5242880. da porsi nel luogo vigesimo primo cioè 5. il quale auanza d'vna vnità il numero 20. che è doppio del num. 10. posto sotto il 5120. in se moltiplicato, & che si pone sotto il vigesimo primo luogo. Et perche 20. & 9. fanno 29. se moltiplicaremo il numero ritrouato 5242880. del vigesimo primo luogo, sotto il quale si pone il numero 20. per 2560. sotto il quale si scriue il num. 9. faremo vn numero, che partito per 5. farà il Quotiente 2684354560. da porsi nel trigesimo luogo, cioè, il quale auanza d'vna vnità quel numero composto 29.

*Qual si voglia luogo si ritroui nella progressione Geometrica, ancorche non cominciado qual si voglia numero [illegible] numeri di mezzo.*

Vedi adunque, che possiamo ritrouare il numero estremo di qual si voglia progressione Geometrica, ancorche non si scriuono tutti li numeri di mezzo di quella progressione, con più operationi, però che non habbiamo fatto di sopra nella seconda regola delle progressioni Aritmetiche.

Ma perche nella prima regola delle progressioni Geometriche habbiamo detto, che qual si voglia numero della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1. leuata prima l'vnità da quello, è la somma di tutti li num. precedenti; & in questa seconda regola habbiamo insegnato, che qualunq; numero della progressione Geometrica, che comincia dall'1. moltiplicando se stesso, produce vn num. da porsi nel luogo doppio maggiore, manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato in se stes-

stesso, seguita, che se si aggiongerà alla somma di quanti numeri gli vuoi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1. & la somma si moltiplicarà in se stessa, si produrrà, leuata prima vna vnità dal prodotto, la somma di due volte più numeri della medesima progressione. Perche la prima somma, aggiongendosegli l'vnità, constituisce il numero prossimo seguente nella medesima progressione, il qual numero moltiplicando in se stesso, produce vn numero, che s'ha da porre nel luogo doppio maggiore manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero, moltiplicato in se stesso; & perciò, leuata l'vnità, il medesimo numero sarà la somma di tutti li numeri precedenti, li quali senza dubbio sono due volte più, delli primi, delli quali è stata pigliata la somma. Come per essempio. La somma di sette termini, aggiongendogli l'vnità, fa il termine ottauo, che moltiplicato in se stesso produce il decimoquinto termine; cioè, il numero, che s'ha da porre nel doppio maggiore luogo manco d'vna vnità, che non è l'ottauo; il qual termine decimoquinto, leuandogli l'vnità, sarà senza fallo la somma delli quatordeci termini precedenti, cioè, la somma di doppio più termini, di sette, la somma delli quali fu presa. Et la medesima ragione è in tutti gl'altri termini.

*Se si aggiongerà alla somma di quanti numeri si vuoi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1. & aggiontoli prima l'vnità, se moltiplica in se stessa vn numero, produce che leuata prima l'vnità è la somma di due volte più termini.*

Si che alcuno breuemente desidera di ritrouare la somma di 64. termini, della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1. cioè, quanti luoghi sono a porre nel giuoco de scacchi, s'hauerà da pigliare prima

*In che modo facilmente si ritroui la somma di 64. luo.*

la somma di questi quattro termini 1. 2. 4. 8. cioè 15. Doppo aggiontagli l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la somma 16. in se stessa. Perche se dal numero prodotto 256. si leuarà 1. restarà la somma di otto termini 255. in oltre tornando ad aggiongere l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la sõma 256. in se stessa acciò si faccia il num. 65536. è perciò la somma di 16. termini 65536. Che se di nuouo, aggionta l'vnità da somma 65536. si moltiplicarà in se stessa, si farà il numero

4294967296.

il quale, leuata prima l'vnità, darà la somma di 32. termini, 4294967295. Vltimamente se il numero 4294967296. si moltiplicarà in se stesso si farà il numero 18446744073709551616. il quale leuata prima l'vnità, darà la somma di 64. termini

18446744073709551615.

Et tanti quatrini ci bisognaranno a chi vorrà empire tutti li 64. luoghi del giuoco delli scacchi ponendo nel primo luogo 1. nel secondo 2. & 4. nel terzo, & 8. nel quarto, & così seguitando di mano in mano per la proportione dupla; i quali quatrini fanno scudi ( dando a ciascun scudo

$46116860184273879 \frac{3}{80}$

quatrini 400.) che a pena tanti denari si ritroua in vn Regno, ò in più ancora, ouero in tutto il Mon-

...ghi dalla progressione Geometrica della generatione dell'essempio, che comincia da l'vnità.

Quanti denari si ricercherebbono acciò s'empissero i luoghi del giuoco delli scacchi, in tal modo però che nel primo luogo si ponghi 1. quattrino nel

secondo 2. nel terzo 4. & così a ʃ'augu... in mano ʃeguitan, do per la proportione applic. — Mondo; il che a molti pare incredibile.

ANZI a pena sono tante granella di grano in tutto il Mondo, quante se ne conterebbono nelli detti 64. luoghi del scacchiero, se nel primo si ponesse 1. granello, nel secondo 2. nel terzo 4. &c. Ilche così faremo manifesto. Secondo li medici, e speciali, 60. granella fanno vna dramma, cioè ⅛. d'vn'oncia, per 481. granella 1. oncia, & 5760. granella 1. libra. Essendo adunque, che 600. libre communemente faccino vna misura di grano, la quale in Roma si domanda Rubio,

Quante granella di grano constituiscono vn Rubio. — & che poco differisce da quella misura, che li marinari d'Italia domandano Salma, staranno in vn Rubio 3456000. granella. Onde la granel-

3 2 1 0.
18446744073709551615.

la, che si contengono in detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per le 3456000. granella, che fanno vn Rubio, ne resultano rubij, & non

2 1 0.
5337599558365.

Quante naui si ricercheriano à portare il grano posto nelli 64. luoghi del scacchiero. — sò che di più, quanti penso a pena si possono ritrouare insieme in tutto il Mondo. Perche conciosia, che vna naue ordinaria communemente porti rubij 3000. si ricercarebbono

1 0.
1779199852.

al manco portare quel grano naui, che per caricarle ogn'vno facilmente potrà persuadersi, che a pena bastarebbe il grano di tutto il Mondo. Che se in tutto il Mondo a pena sono granella di

3 2 1 0

18446744073709551617.

grano molto manco vi saranno tanti quattrini, ancorche tutte le monete si riducessero a quattrini, non essendo dubbio ad alcuno, che nel mōdo è maggior abbōdanza, & copia di grano, che di denari. Il che anco da questo si può conoscere.

Perche il scudo d'oro à Roma vale baiocchi 115. ouero quatrini 460. se li quatrini 18446744073709551615. che si contengono nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per baiocchi 115. cioè, per quatrini 460. si faranno scudi d'oro, & vn poco più.

2 1 0

40101618551542503.

Et perche 100. ducati d'oro fanno 1. lib. conterransi 1800000000. scudi d'oro in 1800000. libre, cioè, quante cōmodamēte può portare vna naue ordinaria, essendo che 3000. Rubij, che caricano vna naue, faccino lib. 1800000. il quale peso auāza di grā lunga quella grand'Auguglia di pietra, che si vede in Roma appresso à S. Pietro, atteso, che quella, si come affermano gl'intelligenti di queste cose, non pesi più, che libre 1180000. anzi secondo alcuni manco, la quale nondimeno potersi a pena portare con vna naue, facilmente si persuaderà, chi bene considera la grandezza di quella. Il che voglio hauer detto, acciò nissuno pensi, che noi habbiamo dato poco ad vna naue, dandoli libre 1800000. cioè 3000. Rubij di grano, ouero 18000000. scudi d'oro. Di qui nasce, che

Quante naui si ricercherinò à portare li denari posti nelli 64. luoghi

*ssi nelli 64 luoghi delli scacchi se si riducessero à scudi d'oro.*

che per portare 40101617551542503. scudi d'oro, saranno necessarie 2227.86764. naui, & anco più. Et chi dubita, che li denari di tutto 'l mondo, ancorche si riducessero à scudi d'oro, non sono tanti, che caricassero tante naui?

*Nella progressione, della quale il primo termine è 1. il secondo 2 ma il terzo triplo del secondo, & similmente il quarto triplo del terzo, & così di mano in mano ciaschedun termine è doppio di tutti li termini precedēti.*

Che se alcuno nel primo luogo porrà 1. quattrino, ouero granello, 2. nel secondo, 6. nel terzo, 18. nel quarto, 54. nel quinto, & così di mano in mano; tal che 'l numero posto in ciascun luogo sia doppio di tutti quelli insieme, che ne i luoghi precedenti sono posti. Il che all'hora s'osseruarà, quando si moltiplicarà il numero del secondo luogo per 3. & similmente il numero prodotto, & così di mano in mano. Come in questa progressione è manifesto.

1.2.6.18.54.162.486.1458.4374.13122.&c.

La qual cosa così si potrà dimostrare. Perche il numero di ciaschedun luogo è doppio delli numeri posti in tutti li precedenti luoghi, conterrà necessariamente il detto numero due volte il numero del prossimo luogo precedente, & parimēte due volte li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti. Essendo adunque, ch'il numero del prossimo luogo precedente contenga ancora li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti due volte abbracciarà il detto numero tre volte il numero del prossimo luogo precedente. Come per essempio, perche il num. 18. del quarto luogo è doppio di questi numeri 1.2.6. conterrà il detto numero 18. due volte il numero 6. & di più due volte li numeri 1.2. Onde essendo, che'l numero 6. sia doppio ancora delli numeri 1. 2. conterrà il medesi-

desimo numero 18. due volte il numero 6. & di più vna volta, cioè, li numeri 1.2. ancora due volte: & perciò se si moltiplicarà il numero 6. per 3. si produrrà il numero 18. del seguente luogo, il quale è tre volte tanto quanto il num. del prossimo luogo precedente, & doppio de i numeri in tutti gl'altri precedenti luoghi. Et la medesima ragione è in tutti gl'altri. Che se alcuno, dico, porrà li quattrini ouero li grani in questo modo nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si ritrouarà molto maggior somma, che prima.

*In che modo si ritroui la sõma delli 64. termini, che cominciano dall'1.*

La qual somma in questo modo si raccorrà; ancorche non si ponghino tutti i numeri di quella progressione. Perche tutti li numeri procedono con proportione tripla, cominciando dal secondo luogo s'hauerà da ricercare il numero del luogo sessagesimo terzo della proportione tripla, che comincia dal 2. Imperoche questo num. ritrouato occuparà il luogo 64. del scacchiero. Et questo conosciuto, si ritrouarà la somma di tutti li 64. luoghi, come hauemo insegnato nella prima regola delle progressioni Geometriche; alle quali se s'aggiongerà l'vnita posta nel primo luogo del detto giuoco, s'hauerà la somma di tutti li 64. luoghi. Come per essempio, posti questi cinque termini. 2.6.18.58.162. se si moltiplicarà il quinto in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, si produrrà il numero 13122. da porsi nel nono luogo, cioè, nel doppio maggior luogo, manco d'vna vnità, si come è il luogo del numero in se moltiplicato, si come detto habbiamo in in questa seconda regola. Et se di nuouo il numero 13122. del nono luogo si moltiplicarà in

se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, cioè, per 2. si farà il numero 86993442. da porsi nel decimo settimo luogo. Il che se di nuouo si moltiplicarà in se stesso, & prodotto si diuiderà per il primo si farà il num. 3706040377703682. da porsi nel trentesimoterzo luogo. Il quale se di nuouo si moltiplicarà in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, si produrrà il numero seguente.

5 4 3 2 1 0.
6867367640585024969315698178562.

Che s'hà da collocare nel sessagesimoquinto luogo. Ma noi cerchiamo il numero del sessagesimo terzo luogo, al quale il numer. ritrouato del sessagesimoquinto luogo hà la proportione duplicata dalla tripla, cioè, non cupla, per la definitione 10. del libro 5. di Euclide, atteso, che li numeri posti nel luogo sessagesimoterzo, sessagesimoquarto, & sessagesimoquinto, hanno vna continoua proportione tripla. Per la qual cosa se partiremo il numero ritrouato per 9. ritrouaremo questo numer. seguente, che s'hauerà da porre nel sessagesimoterzo luogo.

4 3 2 1. 0
763040848953891663257299797618.

Hora leuato il primo numero 2. dal detto numero ritrouato, & il resto partito per il numero d'vna vnità minore, che'l Denominatore della proportione tripla, cioè, per 2. & finalmente aggionto il Quotiente al numero ritrouato del sessagesimoterzo luogo, si farà la somma di tutti li

ses-

sessantatre luoghi, alla quale se aggiongerà l'vnità posta nel primo luogo del scacchiero, si comporrà questa somma de i 64. luoghi del detto scacchiero.

5 4 3 2 1 0
18446744073709551615.

Ritrouaremo questa medesima somma ancora così. Moltiplichisi la somma de i tre primi luoghi del scacchiero, che è 9. in se stessa, & farassi la somma 81. di due volte più luoghi, manco vno, che non sono li tre luoghi, la somma delli quali fù presa, & moltiplicata in se stessa, cioè la somma di cinque luoghi la quale se di nuouo si moltiplicarà in se stessa, faraßi al medesimo modo la somma 6561. di noue luoghi, cioè, di due volte più luoghi, di cinque manco vno, la quale di nuouo moltiplicata in se stessa, produrrà la somma 43046721. di diecesette luoghi; & questa di nuouo moltiplicata, in se stessa sarà questa sõma 1853020188851841. di trentatre luoghi la quale di nuouo moltiplicata, in se stessa produrrà la somma seguente.

*Vn'altro modo di ritrouare la somma delli 64. termini che cominciano da 1. & in tal modo vadino seguitando che ciascheduno termine sia doppio di tutti li termini precedenti.*

5 4 3 2 1 0
3433683820292512484657849089281.

di sessantacinque luoghi. Ma noi cerchiamo solamente la somma di sessantaquattro luoghi, la quale si contiene volte nella somma ritrouata de i sessantacinque luoghi, atteso, che la somma di quanti si voglia luoghi sia tripla della somma di tutti li luoghi precedenti. Imperoche essendo il numero dell'vltimo luogo, cioè (nel detto esempio

*Quanto grano si ricerchi, accioche si empieno li 64. luoghi del giuo-*

*co delli scacchi, in tal modo però che nel primo luogo si pōghi 1. nel secondo 2. nel terzo 6. nel quarto 18. & così di mano in mano in tal modo, che li grani del luogo seguente siano doppij di tutti le grani insieme posti nelli luoghi precedēti.*

pio ) del sessagesimoquinto, doppio delli numeri di tutti li precedenti luoghi, seguita, che aggionta la somma de i numeri di tutti li precedenti luoghi, al numero del sessagesimoquinto luogo, si faccia la somma di tutti li sessantacinque luoghi, che abbraccierà la somma delli precedenti sessantaquattro luoghi tre volte. Per il che partita la somma ritrouata per 3. ne risultarà questa somma seguente delli sessantaquattro

5 4 3 2 1 0
114456127343083749488594996427.

luoghi del giuoco delli scacchi, come prima.

Tutti questi grani, se si diuideranno per 3456000. che fanno vn rubio, faranno li seguenti rubij,

3 2 1 0
3311809240251265899554 25 $\frac{83201}{128000}$

che per portarle, mettendo 3000. rubij per naue, saranno necessarie tutte queste naui seguenti.

3 2 1 0
110393641341708863318 $\frac{19}{4}$

che coprirebbono 162714380. globi composti dalla terra, & acqua. Il che così faremo chiaro. Poniamo, che il piano supremo di vna naue sia vguale ad vn quadrato, il cui lato sia di 70. palmi, di quelli, che appresso li Matematici, & Architetti sono in vso: poiche ordinariamente la longhezza della naue è di 120. palmi, &

la

la largezza di 40. se si riducesse ad vn parallelo gramo rettangolo. Onde ne seguita, che il piano di essa contenga palmi quadrati 4800. del qual numero la radice quadrata è quasi 70. Essendo adunque, che 5500. palmi, poco più ò meno, faccino vn miglio, & perciò palmi 133750000. faccino miglia 22500. cioè, tante quante si contengono in tutto il giro della terra; se partiremo questi palmi per 70. cioè per la longhezza, ouero la larghezza di vna naue quadrata, ritrouaremo in tutto il giro della terra contenersi naui 1910714. che si tocchino l'vna l'altra. Nel medesimo modo palmi 39374500. faranno tutto diametro della terra, che contiene miglia 7159. li quali palmi se di nuouo li partiremo per 70. ritrouaremo nel diametro della terra comprendersi naui, che si tocchino l' vna l'altra, quasi 562493. Hora moltiplicando le naui 562493. del diametro per le naui 1910714. del giro, faremo le naui sequenti,

2 1 0.

1074763250002.

che copriranno tutta la superficie della terra, & del mare, poiche come hauemo scritto nel fine del 1. capitolo della sfera, dalla moltiplicatione del diametro nel giro del massimo circolo di qual si voglia sfera, si produce tutta la superficie della sfara. Et se per queste naui di tutta la superficie della terra, & acqua partiremo quelle naui di sopraritrouate cioè, 11039364134170886318. che si ricercano a portare il detto grano, ritrouaremo 10271438o. globi della terra, & del mare

*Quanti globi fussi dell' acqua, & della terra si copririano dalle naui.*

composti, & tutti coperti dalle naui richieste a portare il detto grano, la qual somma di grano auanza di gran lunga il grano di tutto il Mondo atteso, che le naui, nelle quali fusse il grano di tutto il Mondo, non potrebbe coprire ne anco vna terra sola, come facilmente ogn'vno potrà giudicare.

In vn'altro modo dichiararemo questa incomprensibile moltitudine del grano, se ricercaremo, quanti globi, ouero sfere si possono fare da quelle granella, che secondo questo vltimo modo nelli 64. luoghi del scacchiero sono contenute, delle quali sfere ciascuna sia vguale al globo di tutta la terra insieme co'l mare. Il che così si farà. Perche le granella del grano non sono tōdi, pigliaremo in vece loro tante granella di coriandolo, che sono tonde, ancorche siano vn poco più piccole delle granella del grano. Imperoche così auuerrà che più globi terrestri si farranno dalle granella del grano, che dalle granella di coriandolo essendo, che ce ne vadino manco di quelle, che di queste a fare vn globo, & pur ne sia tanto numero di quelle, quanto di queste nelli 64. luoghi, del giuoco delli scacchi. Adunque perche 18. granella di coriandolo (si come io n' hò fatto l' esperienza) fanno la quarta parte di vn piede Geometrico, & vn poco più, potremo con ragione dire, che 70. granella messe per ordine in vna linea retta, che si tocchino l'vn l'altro, faccino la longhezza di vn piede. Onde hauendo le sfere tra di loro proportione triplicata delli loro diametri, come Euclide dimostra nella propositione 18. del lib. 12. conterrāsi nella sfera, della quale il diametro sia vguale-

la a vn piede Geometrico, granella di coriandolo 343000. poiche questo numero all' 1. ha proportione triplicata di quella, che ha vn piede Geometrico di 70. granella all'1, come quì si vede.

1. 70. 4900. 343000.

In oltre, perche 5000. piedi Geometrici fanno vn miglio, seguita, che per la medesima ragione la sfera, della qualè il diametro sia ad vn miglio vguale, habbia alla sfera della quale il diametro sia vguale ad vn piede, la medesima proportione, che questo n, 125000000000. ha all'1, essendo, che questo num, all'1 habbi proportione triplicata di quella, che 5000. piedi hãno all'1. come quì si vede

1. 5000. 25000000. 125000000000.

Per la qual cosa, essendo, che la sfera, che ha il diametro d'vn piede, contenga 343000. granella di coriandolo staranno nella sfera, della quale il diametro sia vguale ad vn miglio, granella 42875000000000000.

Dipoi, perche il diametro della terra contiene miglia 7159, poniamo noi, che contenga miglia 7200, per fare la terra più grande, che non è, & conseguentemente per fare minor numero di terre dalle dette granella, ch'in vero si farebbero, se pigliassero la terra nella sua propria grandezza, Imperoche di quì segiterà, che se pare incredibile, che si facci minor numero di terre dalle dette granella, ponendo la terra più grande, che non è, molto più incredibile parerà, che si facci maggior numero di terre, ponendo la terra nella propria sua grandezza, Posto questo così, hauerà tutta la sfera della terra, alla sfera della quale il diametro è vguale ad vn miglio, la medesima pro-

portione, che hà questo numero 373248000000. all'1. poiche questo numero all'1. hà proportione triplicata di quella, che hanno 7200. miglia di tutto il diametro della terra ad vn miglia; come quì è manifesto.

1. 7200. 51840000. 373248000000.

Per la qual cosa, essendo, che la sfera del diametro di vn miglio habbi 42875000000000000. granella conterrà tutto il globo della terra granella.

4. 3 2 1 0.
16003008008000000000000000000000.

Quãti globi vguali dalla terra si farebbono dal grano cõtenuto nelli 64. luoghi del scacchiero nel modo che detto habbiamo.

Se adunque per questo numero partiremo il numero di tutto le granella, che si contengono in quelli 64. luoghi del giuoco delli scacchi, faremo globi della terra 71½. & poco più. Tante sfere adunque, delle quali ciascheduna sia vguale à tutta la terra, composte dalle granella di coriandolo, si richiedono per potere riempire li detti 64. luoghi del scacchiero, in quel modo, c'hauemo detto, che pare incredibile.

Hora se quelle granella saranno quatrini, faremo da quelli li seguenti scudi d'oro.

4 3 2 1 0
2488176681371385858584477167 31.

Quãte naui portariano li ducati d'oro fatti dalli quatrini, che empissero li 64. luoghi in

Et perche di sopra hauemo detto, vna naue cõmodamente portare scudi d'oro 1800000. se quelli partiremo per questo, ritrouaremo essere necessarie per portare detti dennari tutte queste naui,

3 2 1 0

138232037833965881 0324.

che copritrebono tante superficie della terra, & del mare, quante vnità sono in questo numero 1286162676. per amore, che di sopra hauemmo posto, che naui 107476325000 2. coprino vna superficie della terra, & del mare. La qual somma di denari eccede ogni capacità d'ingegno humano.

*quel modo ch'è stato detto delle granella del grano.*

*In quanti globi della terra, et del mare dette naui coprarieno.*

Similmente se alcuno desidera sapere la sōma di 40. termini della medesima progressione della proportione dupla, s'hauerà primieramēte da pigliare la somma di questi 5. termini 1.2.4.8.16. cioè, 31. Dipoi aggiontoli l'vnità si moltiplicarà la somma 32. in se stessa, perche leuata l'vnità dal num. prodotto, restarà la somma di 10. termini, 1023. Di nuouo aggionta l'vnità, se la somma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà l'vnità, verrà a farsi la somma, di 20. termini 1048575. Vltimamēte, aggiōta di nuouo l'vnità, se la sōma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà 1. rimarrà la somma di 40. termini 1099511627775. Tāti quattrini adūque riceuerebbe vn Duca, ò Prencipe, che vendesse 40. sue Castella con questo patto, che per il primo se pagasse 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini per il terzo 4. & così sempre sequitando di mano in mano per la proportione dupla. Li quali quattrini tutti fāno scudi 4748779069 $\frac{175}{196}$. Che se cō questi denari quel Prencipe ne comprasse entrata ferma di vn'anno, di modo, che 100. scudi guadagnassero solamente 5. scudi, (ancorche per l'ordi-

*Quanto cōstino 40. castella, se si venderanno in tal modo, che per il primo si paghi 1. quatrino per il secōdo 2. quatrini, & per il terzo 4. &c.*

l'ordinario guadagnino più ) s'hauerebbero scudi 13743895 3. & baiocchi 47 $\frac{1}{8}$ l'anno: quanta entrata nissun Monarca, ò Republica mai ha hauuto. Si che per niun conto sarebbe riputato sciocco, ò balordo quel Duca, (come pare a molti poco essercitati nelle cose d'Aritmetica) che hauesse vendute le sue 40. Castella con la conditione predetta, ma oltra modo savio, & accorto.

*In qual modo breuemente si caui la somma di 24. termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1.*

*Quanto costerà un cauallo, che hà 24 chiodi nelli piedi, e così si vendesse, che per il primo chiodo si desse un quattrino, & per il secondo 2. & per il terzo 4. &c.*

Vltimamente se alcuno desidera hauere speditamente la somma di 24. termini della medesima progressione, s'hauerà da pigliare prima la somma di questi tre termini 1.2.4. che è 7. Dipoi aggiontoli l'vnità, si moltiplicarà la somma 8. in se stessa, & dal prodotto si cauarà l'vnità per fare la somma 63. di 6. termini. Aggiongendo di nuouo l'vnità, & moltiplicando la somma 64. in se stessa, & leuando l'vnità dal num. prodotto, s'hauerà la somma 4095. di 12. termini. Finalmente aggiongendo di nuouo l'vnità, & moltiplicando la somma in se stessa, & leuando l'vnità dal numero prodotto, risultarà la somma di 24. termini, 16777215. Di maniera, che senza ragione se ne burlarebbe di colui, che vn caualo valoroso, che ha nelli piedi 24. chiodi, lo vendesse con questa conditione, che gli fosse pagato il primo chiodo 1. quattrino, per secondo 2. per il terzo 4. & per il quarto 8. &c. Perche riceuerebbe per il cauallo 16777215. quattrini che fanno scudi 41943 $\frac{1}{3}$. per il qual prezzo ogn'vno volentieri darebbe il suo cauallo. Et questo poco basti hauer detto delle progressioni; perche molto più di esse scriueremo nella nostra Aritmetica più copiosa.

DEL

# DEL MODO DI CAVARE LA RADICE QVADRATA.

## Cap. XXVI.

NVmero quadrato si dice, quello che si produce da qualunque numero in se stesso moltiplicato. Come è il 4. che produce dalla moltiplicatione del numero 2. & in se stesso. Cosi ancora il 9. essendo, che si produca dal 3. in se stesso. Di più il 2209. perche si produce dalla moltiplicatione del 47. in se stesso. &c. L'vnità ancora dalli Aritmetici si chiama num. quadrato; benche impropriamente, atteso, che dall'1. in se stesso si produca. Il num. dipoi, che in se moltiplicato produce il num. quadrato, si chiama lato, ouero radice del quadrato. *Che cosa sia numero quadrato.* *Che sia radice quadrata.*

Adunque cauare la radice quadrata d'alcun numero proposto, non è altro, che ritrouare vn num. che moltiplicato in se stesso produchi il numero proposto, se è quadrato, ouero se non è quadrato, facci il maggior num. quadrato contenuto in quello. Come per essempio, cauare la radice quedrata, del num. 2209. non è altro, che ritrouare il num. 47. Perche questo moltiplicato in se stesso produce il proposto num. 2209. Così ancora cauare la radice quadrata dal numero 3375. non è altro, che ritrouare il num. 58. Perche questo in se stesso moltiplicato produce il numero quadrato 3364. che è il maggiore di tutti i quadratti contenuti nel num. 3375. Imperoche il *Che cosa sia cauare la radice quadrata.*

numero quadrato prossimo maggiore, del quale il lato, ouero la radice è 59. cioè, d'vnità maggiore, che 58. è 3481.

*In che modo si segni con li ponti, il num. del quale si cerca la radice.*

Ma primieramente si deue segnare il numero proposto, dal quale si hà da cauare la radice, con certi ponti, ponendo vn ponto sotto la prima figura dalla parte destra, ouero sopra la prima figura & vn'altro sotto la terza figura. & vn'al tro sotto la quinta figura, & vn'altro sotto la settima: & così di mano in mano sotto la nona, vndecima, & sotto gl'altri luoghi dispari: si che ciascun pōto habbi due figure, cioè, quella, sotto la quale è segnato il ponto, & l'altra precedente verso la parte sinistra; eccetto l'vltimo ponto dalla parte sinistra, ch'alcuna volta ha solamente vna figura, cioè, quand'il nu. delle figure è disparo. Et tante figure hauerà la radice del num. proposto, quanti ponti sono segnati: Come li seguenti numeri così si seguaranno, & la radice del primo hauerà in

*Quante figure habbia la radice del nu. proposto.*

21178404.
. . . .

456789012.
. . . . .

tutto quattro figure. Ma la radice del secondo si scriuerà con 5. figure.

*In che modo la radice quadrata si caui dal dato num.*

Segnato in questo modo il numero, così si cauarà la sua radice. Sotto l'vltimo ponto dalla banda sinistra si pone la radice del maggior quadrato contenuto in quelle figure, che appartengono a quel ponto: la qual radice non può essere maggiore, di 9. Et la medesima radice si scriue dalla parte sinistra del num. proposto, doppo questa linea corua, si come dicēmo dalla diuisione delli

num.

num. intieri. Et questa radice a guisa d'vna figura Quotiente si moltiplica per la radice posta sotto il ponto a guisa d'vn partitore; & il numero prodotto si sottrae dal numero soprascritto, scancellate prima le figure, dalle quali si fa la sottrattione, insieme con la radice notata sotto il ponto, si come hauemo insegnato nella diuisione delli numeri intieri. Ma il numero che resta, non può essere maggiore, del doppio della radice posta sotto il ponto.

Doppo questo si radoppia la radice ritrouata, & questo numero radoppiato si scriue sotto il seguente ponto con questo ordine, che prima la sua figura si ponga sotto la figura, che più vicina seguita l'vltimo ponto verso la parte destra, & l'altre, se ve ne saranno, per ordine di mano in mano, seguitando verso la sinistra, si che sotto la figura, sotto la qual si pone il seguente ponto, niente si scriua; perche quella si douerà porre la nuoua figura del Quotiente. Posto in questo modo quel numero radoppiato, si partisce per esso il numero soprascritto, & la figura del Quotiente si scriue doppo il numero proposto dalla parte destra, & la medesima ancora sotto il ponto; per far quasi vn partitore intiero da quel numero radoppiato, con questa figura del Quotiente. Il che fatto, si moltiplica questa figura del Quotiente in tutto quel partitore, come nella diuisione delli intieri, & il numero prodotto si sottrae dal soprascritto numero, &c. Ma auanti, che tù scriui questa nuoua figura del Quotiente, s'ha prima da vedere, se quella moltiplicata in quel numero radoppiato, & in se stessa posta doppo quel numero

mero radoppiato, produce vn tal numero, che si possi sottrarre dal numero soprascritto.

Di nuouo al medesimo modo si radoppia tutto il num. posto fin quì doppo questa linea corua, & il num. raddoppiato si scriue sotto il seguente ponto, con quel ordine, che di sopra habbiamo dato, di modo, che di nuouo si lasci voto il ponto seguente, per porre iui la nuoua figura del Quotiente. Il che fatto, si partisce per questo numero raddopiato il soprascritto numero, si piglia tal figura per il Quotiente, che moltiplicata in quel numero raddopiato, in se stessa posto doppo quel numero raddopiato, venga à fare vn numero.

Parimente tutto il numero posto fin quì nel Quotinte raddopia, & si fanno tutte l'altre cose, come prima, & così di mano in mano, fin che tutti li ponti siano spediti. Ma tutte queste cose si faranno più chiare con li essempi.

Si habbia da cauare la radice quadrata dal numero 2117840 4. Segnati li ponti, come è stato detto di sopra, pongo sotto l'vltimo ponto dalla parte sinistra la figura 4. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nel soprascritto num. 21. (Perche il num. quadrato di maggior radice, cioè, di 5. & 25. & quella vn'altra volta scriuo doppo questa linea corua. Moltiplicando poi la figura 4. del Quotiente per la figura 4. sotto il ponto posta si fa 16. il qual numero leuato dal 21. si come habbiamo insegnato nella diuisione delli numeri intieri, rimane

| | |
|---|---|
| 5 | |
| 2117840 4 | (46 |
| . . . . | |
| 486 | |

mane

mane 5. Onde al seguente ponto apparteranno queste tre figure 117.

Doppo radoppiata la figura 4. del Quotiente si fa 8. che scriuo sotto 1. come vedi nell'essempio: & partisco 51. per 8. & ritrouo 8. esser contenuto nel 51. sei volte. Pongo adunque 6. tanto nel Quotiente doppo il 4. quanto sotto il ponto della figura 7. Ma moltiplicando questa figura 6. del Quotiente per tutto il partitore 86. & cauando il prodotto dal soprapposto numero 517. riman 1. Di sorte, che tutte queste tre figure 184. apparteneranno al ponto, che siegue.

531
21178404 (460
486 20
9

Di nuouo radoppiato il Quotiente 46. fin qui ritrouato per fare 92. scriuo 1. sotto 8. & 9. sotto 1. come vedi nel essempio, & diuido 18. per 92 Ma perche 92. nō si contiene, ne pur vna volta in 18. pongo o. così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 4 & scancello tutto il portatore 920 Et così apparteneranno all'vltimo ponto tutto questo numero 18404.

531
21178404 (4604
486 2002
992

Vltimamente radoppiato il Quotiente 460. fin quì ritrouato per fare 920. scriuo 0. sotto il 0. & 2. sotto il 4. & 9. sotto l'8. come vedi nell'essempio. Ma diuidendo 1840. per 920. ritrouo questo num. in quello essere contenuto due volte. Pongo adunque la figura 2. tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto della prima figura 4. Ma

mol-

moltiplicando questa figura 2. per tutto il partitore 9202. & cauando il num. prodotto dal soprascritto num. resta nulla. Adunq; la radice quadrata del numer. proposto è 4602. & esso num. proposto è quadrato, atteso, che niente sia auanzato doppo l'vltima sottrattione fatta.

| | |
|---|---|
| 531 | |
| 21178404 | (4602 |
| . . . . | |
| 4862002 | |
| 992. | |

Si habbia di più da cauare la radice quadrata dal numer. 45678901 2. Segnati li ponti, come hauemo insegnato, scriuo sotto l'vltimo ponto dalla banda sinistra la figura 2. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nel soprascritto numero 4. & vn'altra volta la pongo nel Quotiente. Ma moltiplicando la figura 2. del Quotiente per la figura 2. sotto il ponto, si fa 4. che sottratto dal 4. riman nulla. Onde queste due figure 56. apparteneranno al ponto seguente.

| | |
|---|---|
| 456789012 | (21 |
| . . . . . | |
| 241 | |

Radoppiata la figura 2. del Quotiente, si fa 4. che scriuo sotto 5. lasciando il ponto seguente voto, per metter iui la nuoua figura del quotiente. Ma diuidendo 5. per 4. ritrouo il Quotiente 1. che scriuono tanto doppo il Quotiente 2. quanto sotto il ponto della figura 6. Et moltiplicando questa figura 1. del Quotiente per tutto il partitore 41. & cauando il numero prodotto dal 56. riman 15. Si che al seguente ponto appartengono

| | |
|---|---|
| 15 | |
| 456789012 | (213 |
| . . . . . | |
| 24123 | |
| 4 | |

no queste quattro figure 2578.

Dipoi radoppiato il Quotiente 21. insino à qui ritrouato per fare 42. pongo 2. sotto 7. & 4. sotto 5. Ma diuidendo 157. per 42. ritrouo il Quotiente 3. il quale pongo così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 8. Et moltiplicando questa figura 3. del Quotiente per tutto il partitore 423. & sottraendo il num. prodotto da 1578, rimangono 309. Adunq; apparteneranno al seguente ponto queste cinq; figure 30990.

30
2519
456789012 (2137
. . . . .
2412567
442

Di nuouo radoppiato il Quotiente 213. fin qui ritrouato, per fare 426. scriuo 6. sotto 9. & 2. sotto 9. & 4. sotto o. Ma diuidendo 3099. per 426. ritrouo il Quotiente 7. il quale scriuo tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto della figura o. Et moltiplicando questa figura 7. del Quotiente per il partitore 4267. & leuãdo il num. prodotto da 30990. restano 1121. Onde al ponto sequente apparteneranno queste sei figure 112112.

21
3052
151971
45678901 2 (21272
. . . . . .
2412367412
44227
4

Vltimamẽte radoppiato il Quotiẽte 2137. fin hora ritrouato per fare 4294. põgo 4. sotto 1. &

7. sotto 1. & 2. sotto 2. & 4. sotto 1. Ma diuidendo 11211. per 4274. ritrouo il Quotiẽte 2. il quale scriuo così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 2. Et moltiplicando questa figura 2. del Quotiẽte per tutto il partitore 42742. & leuãdo il num. prodotto da 112112. auanzano 16628. Adunque il numero proposto non è quadrato, & perciò il Quotiente ritrouato 21371. non è la sua radice, ma d'vn'altro num. che è il maggior quadrato compreso nel dato num. cioè, del numero 45676 2384. Perche il quadrato prossimo maggiore, cioè, che hà la radice d'vna vnità maggiore della radice ritrouata 21373. fa vn numero maggiore del numero proposto.

2
136
1186
305272
15197138
456789012 (21372
. . . . . .
242367142
44427
4

Si può ancora cauare la radice quadrata per Danda, si come di sopra habbiamo insegnato à partire li numeri intieri per Danda: & è cosa sicurissima, per non intricarci, quãdo se ha pigliata vna figura troppo grande, ò piccola, perche non si cassanò le figure. Il modo è questo. Habbiasi da cauare la radice quadrata dal numero 456789. Segnati li ponti, come detto habbiamo, põgo nel Quotiente la figura 6. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nell'vltimo ponto 45. & similmente scriuo 6. separatamente a mano destra, come nella diuisione fatto habbiamo co'l partitore; & moltiplico 6. del Quotien-

*Come si caui la radice quadrata per Danda.*

tien-

tiente, per il 6. saparatamente posto, dicendo, 6. via 6. fanno 36. che cauo da 45. in questo modo Cauare 6. da 5. non si può, ma insino à 10. habbiamo 4. che con 5. fanno 9. li quali scriuo sotto il 5. & ritengo nella mente 4. cioè 3. per 30. & 1. per li 10. i quali 4. cauati da 4. non lasciano niente, che il sequẽte ponto sarà 967.

| | |
|---|---|
| | 6 |
| | 127 |
| | 1345 |
| 456789 (675 | |
| . . . . | |
| 9 | |
| 79 | |
| 1164 | |

Dipoi si radoppia la figura 6. ritrouata, facẽdosi 12. & per 12. si diuide il seguente ponto 967. lasciãdò però la figura 7. sotto la quale stà il pōto, dicendo 1. in 9. entra 7. volte, (imperoche l'8. sarebbe troppo) scriuo adunque sette nel Quotiente, & ancora separatamente doppo il doppio 12. Et la figura 7. moltiplico per tutto num. 127. dicendo 7. via 7. fanno 49. cauare 9. da 7. non si può, ma insino à 10. ne vá 1. che con 7. fa 8. scriuo adunq; 8. sotto il 7, di tal maniera però, che stia più basso del 9. & ritengo 5. cioè 4. per li 40. & 1. per li 10. Et dico 7. via 2. fanno 14. aggionti li 5. serbati, fanno, 19. Cauare 9. da 6. non si può, ma insino a 10. ce ne vá 1. che con 6. fa 7. che pongo sotto il 6. & ritengo 2. cioè 1. per la decina delli 19. & 1. per li 10. nominati, quando diceuamo 9. insino à 10. &c. Finalmente dico 7. via 1. fanno 7. & aggionti li 2. serbati, si fanno 9. che cauati da 9. niẽte lasciano; si che il seguẽte pōto sarà 7889.

Vltimamente radoppiãdo tutta la radice 67. fin quì trouata, fò 134. Et per 134. diuido il ponto 7889. lasciando però la figura 9. sopra

| | |
|---|---|
| 456789 | (675 |
| 9 | 6 |
| 78 | 127 |
| 1164 | 1345 |

il põto, dicẽdo 1. in 7. entra 5. volte perche 6. sarebbe troppo. Scriuo adũq; 5. nel Quotiente, & doppo il doppio 134. Et per tutto il num. 145. moltiplico 5. & dico 5. via 5. fano 25. Cauãdo 5. da 9. restano 4. che pongo sotto il 9. & riserbo 2. per li 20. Et dico 5. via 4. fanno 20. che con li 2. serbati fanno 22. Cauando 2. da 8. restano 6. da scriuere sotto l'8. & ritengo 2. per il 20. Di più dico, 5. via 3. fanno 15. che con li 2. serbati fanno 17. Cauãdo 7. da 8. resta 1. & riserbo 1. per amor de i 10. Finalmente dico, 5. via 1. fanno 5. aggionto il 1. serbato, si fanno 6. che cauati da 7. resta 1. Si che tutta la radice è 675. & il residuo 1164. co'l quale si formarà vn rotto, come di sopra dicemmo.

Et questo modo è bellissimo, perche si vede chiaramente tutti li residui; si che fusse pigliata vna figura nel Quotiente troppo grande, ò piccola, (troppo grande sarebbe, se li numeri prodotti non potessero cauare dal ponto proposto; ma troppo piccola quando il residuo fusse maggiore, del doppio della radice fin lì trouata.) Subito si può emendare l'errore, come nella diuisione, che detto habbiamo.

*La proua dell'estrattione della radice quadrata è di tre sorti.*

La proua del cauar la radice quadrata è di tre sorti, si come anco della diuisione delli intieri. Perche la prima si fa co'l buttar via li 9. L'altra co'l gittare via li 7. Et la terza per moltiplicatione, si come è stato detto nella diuisione delli num. Intieri. Ma la radice ritrouata si deue pigliare qui in cambio del partitore. Perche se il num. proposto si partirà per la radice ritrouata,

sarà il Quotiente l'istessa radice. Et se qualche num. sarà auanzato nel cauare la radice, auanzarà il medesimo nella diuisione, pur che nel Quotiente si piglino le stesse figure della radice ritrouate, ancorche nell'vltima diuisione partiale si possa tal volta pigliare maggior figura, cioè, ogni volta, che il resto dell'estrattione auãzarà la radice. Si che il primo essẽpio così si prouarà per il 9. Leuati via li 9. della radice 1602. restano 3. che scriuo nell'vna & l'altra banda della croce, percioche la radice è il partitore, & il Quotiẽte insieme, come hauemo detto. Hora moltiplicate tra di loro, queste due figure 3. & 3. fanno 9. & leuati li 9. rimã o. che põgo nella parte suprema della croce Finalmente, leuati li 9. dal num. proposto, resta ancora o. Ma il secondo essempio, così si prouarà per li 9. Leuati li 9. della radice 21372. riman 6. che pongo nell'vna, & l'altra banda della croce, Ma moltiplicate tra di loro queste due figure 6. & 6. fanno 36. & leuati li 9. da 36. & dall'auanzo della estrattione, rimangono 6. Et altre tanto resta, se si leuaranno li 9. dal numero proposto.

| | | |
|---|---|---|
| | o | |
| 3 | X | 3 |
| | o | |

| | | |
|---|---|---|
| | o | |
| 6 | X | 6 |
| | o | |

Che si moltiplicarà la radice del primo num. in se stessa produrrassi il medesimo num. primo. Di più se si moltiplicarà la radice del secondo numero in se stessa, & al prodotto si aggiongerà l'auanzo della estrattione, si produrrà il medesimo numero secondo.

*L'auanzo dell'estratione della radice quadrata non può essere maggiore che doppio della radice ritrouata.*

*Qual sia la differenza tra due quadrati prossimi.*

Qui si deue ancora auuertire, che in nessuna estratione di radice quadrata può essere maggior auanzo, se pur ce sarà, che il doppio della radice ritrouata. Perche se l'auãzo fusse maggiore del doppio della radice ritrouata, ancorche fusse d'vna vnità sola, il num. proposto hauerebbe vna radice d'vna vnità maggiore di quella, che è stata ritrouata. La ragione di questo è, che ciaschedun nu. quadrato auanza il prossimo minore numero quadrato nel doppio della radice di esso minor quadrato, è di più in vnità, si che se s'aggiongerà 1. al doppio della radice di qual si voglia quadrato, & questa somma al quadrato prossimo minore, si farà il quadratto prossimo maggiore. Come per essempio, il num. quadrato 64. auanza il numero quadratto 49. nel num. 15. Doue chiaramente vedi, il num. 14. essere doppio della radice del quadrato 49. che è 7. & anãzarui ancora vna vnità nel num. 15. & perciò s'aggiongerà 1. al 14. cioè, al doppio della radice 7. & questa somma 15. al 49. farsi il num. quradrato 64. prossimo maggiore del 49. del quale la radice è 7. Se adunque alcuno proporrà il nu. 63. acciò si caui la sua radice quadrata, si ritrouarà la radice, 7. & auanzarà il numero 14. che è doppio della radice. Ma se vno proponesse il numero 64. si trouasse la radice 7. si sarebbe fatto errore, perche, auanzarebbono 15. che sono più, del doppio della radice 7. per la qual cosa la radice del numero 64. farà 8.

## DEL MODO DI APPROSSIMARSI più al vero nelle radici de i numeri non quadrato. Cap. XXVII.

PErche quando il numer. proposto non è quadrato, la radice ritrouata moltiplicata in se stessa produce vn numero minore del num. proposto, si come chiaramẽte nel secondo essempio s'è visto doue la radice moltiplicata in se stessa produce vn numero il quale dal numero proposto è auanzato in tutto questo numero 26628. mostraremo in questo luogo due vie, per le quali si ritrouarà la radice più propinqua, di sorte, che il suo nu. quadrato dal proposto num. non quadrato sia poco, & quasi niente differente. Perche la radice vera non può esprimere con numero, ma solamente per linea retta, come nella nostra Aritmetica più copiosa si dimostra. Per la prima via si trouarà bene vna radice più propinqua, & vn'altra più propinqua, &c. in infinito; ma però sempre minore della vera; talche il numero quadrato di quella sempre sia minore del num. proposto per l'altra via si ritrouarà ancora vna radice ben più propinqua, & vn'altra più propinqua, &c. in infinito: ma sempre auanzarà la vera; si che il num. quadrato di quella sempre sia maggiore del num. proposto. L'vna, & l'altra via però è stata dimostrata Geometricamente da Teone Alessandrino nel primo libro dell'Almagesto di Tolomeo, & da Federico Comandino nel libro di Archimede della dimensione del circolo.

La prima via adunque è questa. Ritrouata la

*Anche mo-do si ritroui la radice più propinqua, minore però della vera.*

radice del maggior quadrato cõpreso nel num. proposto, s'aggionga a quella il rotto, del quale il Numeratore è l'auanzo della estrattione, cioè, quel numero, nel quale il num. proposto auanza il numero quadrato prossimo minore, che viene esser prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in se stessa. Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata, & di più vna vnità, cioè, nella quale vnità la radice del numero quadrato, che è prossimo maggigore del numero proposto, auanza la radice ritrouata del numero quadrato, che è prossimo minore compreso nel numero proposto. Perche in questo modo sarà composta vna radice molto più propinqua, che la ritrouata, minore però della vera. Alla quale, se s'aggiõgerà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auãzo, nel quale il num. proposto non quadrato auanza il quadrato della radice più propinqua già ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima radice più propinqua, & dell'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la radice più propinqua ritrouata, si comporà vna radice ancora più propinqua, ma però minore, della vera. Alla quale se di nuouo s' aggiongerà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero proposto non quadrato auanza il quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima vltima radice propinqua, & dall'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la medesima vltima radice propinqua, si farà ancora vna radice

dice

dice più propinqua, ma minore però della vera. Et in questo modo si potrà sempre ritrouare vna radice più, & più propinqua in infinito, ma non si trouarà però mai la vera radice, ma sempre vna radice alquanto minore della vera.

Essempio. Sia proposto'l numero non quadrato 20. La radice del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa produce 16. & auanza 4. Se adunque alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{9}$. Il Numeratore del quale è quell'auanzo, ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata 4. di più 1. si farà la radice più propinqua $4\frac{4}{9}$. Perche il numero quadrato di questa è $19\frac{61}{81}$. che benche sia minor del numero proposto 20. nondimeno è manco differente da quello, del quadrato numero 16. della prima radice.

Leuato questo quadrato $19\frac{61}{81}$. dal numero proposto non quadrato 20. auanzano $\frac{20}{81}$. Di più la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore, del numero proposto 20. eccede la radice propinqua $4\frac{4}{9}$. poco fa ritrouata, in questa minutia $\frac{5}{9}$. che aggionta al doppio della radice propinqua $4\frac{4}{9}$. cioè a $8\frac{8}{9}$. fa il numero $9\frac{4}{9}$. per il quale se si diuiderà quel resto $\frac{20}{81}$. si farà il Quotiente $\frac{180}{6885}$. ch'aggionto alla radice propinqua $4\frac{4}{9}$. prossimamente ritrouata, farà la radice più propinqua $4\frac{29160}{61965}$. cioè $\frac{8}{17}$. Imperoche il numero quadrato di questa è $19\frac{285}{289}$. il quale ancora è minore del numero proposto 20. non quadrato; ma più s'accosta però à quello, che il quadrato $19\frac{61}{81}$. della radice $4\frac{4}{9}$. ritrouata auanti questa radice $4\frac{8}{17}$.

Di

Di nuouo sottratto questo quadrato $19\frac{285}{289}$ dal numero proposto 20. non quadrato auanzano $\frac{4}{289}$. Di più la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore del num. proposto 20. eccede la radice proprinqua $4\frac{8}{17}$. vltimamente ritrouata, in questa minutia $\frac{9}{17}$. che aggionta al doppio dell'vltima radice propinqua $4\frac{8}{17}$. cioè à $8\frac{16}{17}$. fa il numero 9. $\frac{8}{17}$. per il quale se si partirà quel resto $\frac{4}{289}$. si farà il Quotiente $\frac{68}{46529}$. che aggionto alla radice propinqua $4\frac{8}{17}$. vltimamente ritrouata, farà la radice più propinqua $4\frac{373388}{790993}$. cioè $4\frac{76}{161}$. Perche il numero quadrato di questa è $19\frac{25901}{25921}$. il quale è minore ancora, del numero proposto 20. non quadrato: mà però se gl'accosta più, che il quadrato $19\frac{285}{289}$. della radice propinqua $4\frac{8}{17}$. ritrouata auanti questa radice $4\frac{76}{161}$. & così in questo modo ci potremo accostare tuttauia più, & più alla verità, alla quale nondimeno mai arriuaremo, ma sempre da quella mancaremo in qualche cosa.

L'altra via è questa. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreso nel numero proposto, s'aggionga à quella il rotto, della quale il Numeratore è il resto della estrattione, cioè quel num. nel quale il numero proposto auanza il numero quadrato prossimo minore, che viene essere prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in se stessa. Ma il Denominatore e il doppio della radice ritrouata. Perche in questo modo si comporrà vna radice molto più propinqua, della ritrouata, maggiore però, della vera. Dalla quale se si leuarà quello, che ne prouiene alla diuisione dell'auanzo nel quale il num. quadrato

to dalla radice più proprinqua già ritrouata auanza il numero proposto, per il doppio della medesima radice più propinqua, ne rimarrà vna radice ancora più propinqua, ma maggiore però della vera. Dalla quale se di nuouo si sottrarà quello, che prouiene dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il num. quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata auanza il nu. proposto, per il doppio della medesima radice vltima propinqua, restarà vna radice ancora più propinqua, ma però maggiore, della vera. Et in questo modo si potrà sempre ritrouare vna radice più, & più propinqua in infinito; ma non si trouarà però mai la radice vera, ma sempre vna radice alquanto maggiore, della vera.

Essempio. Sia proposto il medesimo num. 20. non quadrato. La radi ce del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa fa 16. & auanzano 4. Se adunq; alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{8}$. del quale il Numeratore è quel resto; ma il Denominatore il doppio della radice ritrouata 4. si farà la radice più propinqua $4\frac{4}{8}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Perche il num. quadrato di questa è $20\frac{1}{4}$. il quale senza dubbio è maggiore, del num. proposto 20. ma manco differente da quello, del quadrato numero 16. della prima radice 4.

Hora se'l $\frac{1}{4}$. cioè l'eccesso, nel qual il numero quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. prossimamente ritrouata auanza il numero proposto 20. si diuiderà per il doppio dalla radice propinqua $4\frac{1}{2}$. già ritrouata, cioè, per 9. si farà il Quotiente $\frac{1}{36}$. che leuato dalla radice $4\frac{1}{2}$. prossimamente ritrouata, restarà la radice più propinqua $4\frac{34}{72}$.

cioè

cioè $4\frac{17}{36}$. Perche il numero quadrato di questa è $20\frac{1}{1296}$. che è maggiore ancora, del numero proposto 20. ma manco si discosta da quello, che il quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. ritrouata auanti questa.

Che se di nuouo il $\frac{1}{1296}$. cioè, l'eccesso, nel quale il numero quadrato $20\frac{1}{1296}$. della radice $4\frac{17}{36}$. prossimamente ritrouata auanza in numero proposto 20. si diuiderà per il doppio della radice $4\frac{17}{36}$. vltimamente ritrouata, cioè, per $8\frac{34}{36}$. ouero per $8\frac{17}{18}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{11592}$. che sottratta dalla radice $4\frac{17}{18}$. prossimamente ritrouata, rimarrà la radice più propinqua $4\frac{197028}{417312}$. cioè, $4\frac{5473}{11592}$. Perche il numero quadrato di questa è $20\frac{1}{134374464}$. ilquale è maggiore ancora, del num. proposto 20. ma è molto meno lontano da quello, del quadrato $20\frac{1}{1296}$. della radice $\frac{17}{18}$. ritrouata auanti questa. Et così in questo modo si potrà tutta via più, & più accostarsi alla verità, alla quale però non arriuaremo mai, ma sempre l'auanzaremo in qualche cosa.

*Come si ritroui la radice propinqua in una sola operatione.*

Non voglio ancora lasciar di dire vn'altro modo di trouare la radice assai propinqua in vna sola estrattione, molto vsato da i Mathematici. Il quale è questo. Al num. dal quale si hà da curare la radice, s'aggionghino verso la man destra alcuni para di zeri, come 0000. ouero 000000. ouero 00000000. &c. & quanto più para di zeri saranno, tanto più propinqua radice si trouarà. Dipoi di tutto questo numero si caui la radice, come insegnato habbiamo. Dalla radice si leuino à mano destra tante figure, quanti para di zeri

sono

ono ſtati gionti. Imperoche le figure reſtante fa-
anno la radice inſieme con vn rotto, che hà per
Numeratore le figure leuate; ma il Denomina-
ore ſarà 10. ſe ſarà gionto vn para di zeri; ouero
00. ſe due para ouero 1000. ſe tre para; &c. di
nodo, che'l Denominatore habbia tanti zeri,
uanti para di zeri ſono aggionti. Habbiaſi per
ſſempio da cauare la radi-
e da 20. Aggionti tre para
li zeri, hauemo il numero
0000000. Dal quale la ra-
ice è 4472. Leuate tre figu-
e per amor de'tre para di
eri, ſarà la radice 4 $\frac{472}{1000}$.
ninor della vera, ma aſſai
ropinqua. Perche il ſuo
uadrato è $\frac{19998784}{1000000}$. cioè
9 $\frac{998784}{1000000}$. ch'è poco minore del numer. propoſto
0. Che ſe s'aggionge 1. al Numeratore, ſi farà la
adice propinqua maggiore della vera 4 $\frac{473}{1000}$.
mperoche il ſuo quadrato è 20 $\frac{7729}{1000000}$. vn poco
naggiore che 20.

| |
|---|
| 4 |
| 84 |
| 887 |
| 8942 |
| 2000000 (4472 |
| . . . . |
| 4 |
| 64 |
| 891 |
| 1216 |

In ſoſtanza in queſto modo non ſi fà altro, che
noltiplicare il numero propoſto per il quadrato
i 10. ouero 100. ouero di 1000. &c. Perche giõ-
endo 00. ſi moltiplica per 100. che è il quadrato
i 10. & giongẽdo 0000. ſi moltiplica per 10000.
he è il quadrato di 100. Et giongendo 000000.
i moltiplica per 1000000. che è il quadrato di
000. &c. Di poi della radice di tutto il numero
i piglia la $\frac{1}{10}$. ouero $\frac{1}{100}$. ouero $\frac{1}{1000}$. &c. ſecondo
he la moltiplicatione ſarà ſtata fatta per il qua-
rato di 10. ò di 100. ò di 1000. ò di 10000 &c.

Co-

Come nel nostro essempio s'ha moltiplicato 20. per il quadrato di 1000. hauendo gionti 000000. & della radice 4472. di tutto il num. 20000000. s'hà pigliato la parte $\frac{1}{1000}$. Il che si fà partendo la radice per 1000. &c.

*Come si troui la radice propinqua ne' numeri rotti, in vna sola operatione.*

Sappi ancora, che'l medesimo si fà nelli rotti. Imperoche se s'aggiongeranno alcuni para di zeri tanto al Numeratore quanto al Denominatore, si farà della radice del Numeratore, il Numeratore, & della radice del Denominatore, il Denominatore, della radice, che si cerca. Come si desidera la radice di $\frac{2}{3}$. con aggiongere 0000. si farà il rotto $\frac{20000}{30000}$. la radice del Numeratore è 141. & del Denominatore 173. Adunque la radice proprinqua di $\frac{2}{3}$. sarà $\frac{141}{173}$. il quadrato della quale è $\frac{19881}{29929}$. poco minore, de $\frac{2}{3}$. & così delli altri numeri rotti.

Sarebbe hora tempo di trattare dell'estrattione della radice cubica, & dell'altre radici, le quali sono infinite, ma perche il trattare di queste è cosa molto difficile, & l'inuentione della radice quadrata è più necessaria per intendere i libri di Archimede, Tolomeo, & altri Matematici, à posta lo differiamo nella nostra Aritmetica più piena. Doue non solo trattaremo di tutte le radici, & del modo d'approssimarsi più al vero; ma dichiararemo ancora infinite altre cose, delle quali à posta in questo compendio ci siamo astenuti.

IL FINE.

TA-

# TAVOLA

## DELLE COSE PIV' PRINCIPALI,

Che in ciaschedun Capitolo si contengono.



Cap. I.

Del modo di numerate li numeri rotti.



Cap. II.

Del modo d'aggiongere, ò sommare li numeri intieri insieme.



Che

Cap. III.

Del modo di sottrarre vn numero intiero d'vn' altro intiero.

Cap. IV.

Del moltiplicare i numeri intieri.



Cap. V.

Del partire i num. intieri.

Come

Cap. VI.

Del modo di numerare i numeri rotti.



Cap. VII.

La stima, ò valore de i numeri rotti.

Cap. VIII.

Delli rotti di rotti.



Cap. IX.

Del modo di ridurre i numeri rotti a minimi numeri ouero termini.



Cap.

Cap. X.



Cap. XI.



Cap. XII.

Cap. XVI.

Alcune Questioncelle delli numeri intieri, & rotti.

Cap. XVII.

Della regola del tre.

Cap.

Cap. XXII.

Regola del falso di semplice positione.



Cap. XXIII.

Regola del falso di doppia positione.



Cap. XXIV.

Delle progressioni Aritmetiche.

Cap. XXV.

Delle progressioni Geometriche.

## Cap. XXVI.

Del modo di cauare la radice quadrata.



## Cap. XXVII.

Del modo di approssimarsi più al vero nelle radici de i numeri non quadrati.